

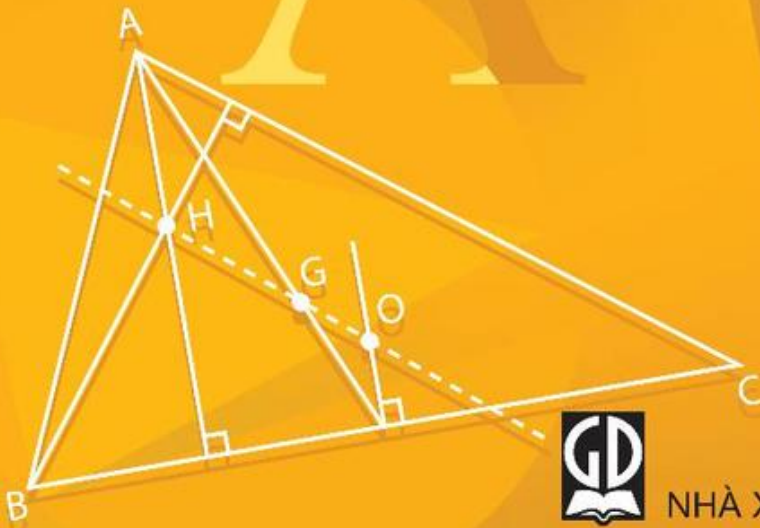
TÔN THÂN (Chủ biên) - VŨ HỮU BÌNH
TRẦN ĐÌNH CHÂU - TRẦN PHƯƠNG DUNG - TRẦN KIỂU

BÀI TẬP TOÁN

7

TẬP HAI

$$A = 3x^2y + 2xy^2$$



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM
timdapan.com

TÔN THÂN (Chủ biên)
VŨ HỮU BÌNH - TRẦN ĐÌNH CHÂU - TRẦN PHƯƠNG DUNG - TRẦN KIỀU

BÀI TẬP TOÁN 7

TẬP HAI

(Tái bản lần thứ mười bảy)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

timdapan.com

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam

01-2020/CXBIPH/147-869/GD

Mã số : 2B704T0

LỜI NÓI ĐẦU

Trong những năm qua, bộ sách Bài tập Toán từ lớp 6 đến lớp 9 do chính các tác giả sách giáo khoa Toán THCS biên soạn đã được sử dụng kèm theo sách giáo khoa và đã mang lại những hiệu quả thiết thực. Bộ sách đã là một tài liệu bổ ích giúp các thầy, cô giáo có thêm tư liệu trong việc soạn giảng, giúp các em học sinh tự học, tự rèn luyện kỹ năng, qua đó củng cố được kiến thức cơ bản, hình thành phương pháp giải toán, tăng thêm khả năng vận dụng kiến thức và góp phần rèn luyện tư duy toán học.

Để đáp ứng tốt hơn nhu cầu ngày càng cao của các thầy, cô giáo và các em học sinh, chúng tôi tiến hành chỉnh lí và bổ sung bộ sách bài tập hiện có theo hướng tạo nhiều cơ hội hơn nữa để các em học sinh được củng cố kiến thức toán học cơ bản, được rèn luyện kỹ năng theo **Chuẩn kiến thức, kỹ năng** trong **Chương trình Giáo dục phổ thông** được Bộ Giáo dục và Đào tạo ban hành ngày 5 tháng 5 năm 2006. Nói chung, ở mỗi "xoắn" (§), cuối mỗi chương sẽ có thêm phần **Bài tập bổ sung**. Trong phần này, có thể có các *câu hỏi trắc nghiệm khách quan* để các em học sinh tự kiểm tra, đánh giá mức độ nắm vững kiến thức của mình. Một số dạng bài tập chưa có trong sách giáo khoa cũng được bổ sung nhằm làm phong phú thêm các thể loại bài tập, giúp các em học sinh tập dượt vận dụng kiến thức trong nhiều tình huống khác nhau. Bộ sách cũng được bổ sung một số bài tập dành cho các em học sinh khá, giỏi. Những bài tập này được đánh dấu "*". Bên cạnh đó, các tác giả cũng chú ý chỉnh sửa cách diễn đạt ở một số chỗ cho thích hợp và dễ hiểu hơn.

Chúng tôi hi vọng rằng với việc chỉnh lí và bổ sung như trên, bộ sách Bài tập Toán từ lớp 6 đến lớp 9 sẽ góp phần tích cực hơn nữa trong việc

nâng cao chất lượng dạy và học môn Toán ở các trường THCS trong cả nước, đáp ứng tốt hơn nữa nhu cầu đa dạng của các đối tượng học sinh khác nhau.

Mặc dù đã có nhiều cố gắng song bộ sách khó tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được những ý kiến đóng góp của các thầy, cô giáo và bạn đọc gần xa để trong các lần tái bản sau bộ sách được hoàn thiện hơn. Xin chân thành cảm ơn.

Hà Nội, tháng 10 năm 2009

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương III. THỐNG KÊ

ĐỀ BÀI

§1. Thu thập số liệu thống kê, tần số

1. Số lượng nữ học sinh của từng lớp trong một trường Trung học cơ sở được ghi lại trong bảng dưới đây :

18	20	17	18	14
25	17	20	16	14
24	16	20	18	16
20	19	28	17	15

- a) Để có được bảng này, theo em người điều tra phải làm những việc gì ?
b) Dấu hiệu ở đây là gì ? Hãy nêu các giá trị khác nhau của dấu hiệu, tìm tần số của từng giá trị đó ?
2. Điều tra về “màu mà bạn ưa thích nhất” đối với các bạn trong lớp, bạn Hương thu được ý kiến trả lời và ghi lại trong bảng dưới đây :

đỏ,	xanh da trời,	tím sẫm,	đỏ,	vàng
xanh da trời,	tím nhạt,	vàng,	hồng,	vàng
trắng,	tím sẫm,	xanh nước biển,	đỏ,	đỏ
vàng,	tím sẫm,	tím nhạt,	xanh lá cây,	hồng
đỏ,	trắng,	trắng,	tím nhạt,	hồng
đỏ,	xanh da trời,	trắng,	hồng,	vàng.

- a) Theo em thì bạn Hương phải làm những việc gì để có bảng trên ?
b) Có bao nhiêu bạn tham gia trả lời ?
c) Dấu hiệu ở đây là gì ?
d) Có bao nhiêu màu được các bạn nêu ra ?
e) Số bạn thích đối với mỗi màu (tần số) ?

3. Một người ghi lại số điện năng tiêu thụ (tính theo kW.h) trong một xóm gồm 20 hộ để làm hoá đơn thu tiền. Người đó ghi như sau :

75	100	85	53	40	165	85	47	80	93
72	105	38	90	86	120	94	58	86	91

Theo em thì bảng số liệu này có thiếu sót gì và cần phải lập bảng như thế nào ?

Bài tập bổ sung

- 1.1. Kết quả quyên góp sách giáo khoa giúp học sinh vùng bị bão lụt của trường THCS Nguyễn Huệ được thống kê trong bảng sau :

Lớp	A	B	C	D	E
6	16	20	18	13	21
7	26	25	30	29	40
8	32	40	42	38	44
9	40	52	48	41	

- a) Dấu hiệu ở đây là gì ?
 b) Mỗi lớp trong các lớp 6A, 7C, 8B, 9D quyên góp được bao nhiêu quyển sách giáo khoa ?
 c) Trường THCS Nguyễn Huệ có bao nhiêu lớp ?
- 1.2. Gieo (thả) đồng thời hai con xúc xắc (con xúc xắc là một khối lập phương, số chấm trên từng mặt lần lượt là 1, 2, 3, 4, 5, 6) một lần và quan sát tổng số chấm xuất hiện ở cả hai con.
- a) Dấu hiệu ở đây là gì ?
 b) Viết dãy giá trị của dấu hiệu ;
 c) Khi nào thì đạt được các giá trị là 2 ; 12 ?

§2. Bảng "tần số" các giá trị của dấu hiệu

4. Hãy lập bảng "tần số" từ các bài tập 1 và 2.
5. Theo dõi số bạn nghỉ học ở từng buổi trong một tháng, bạn lớp trưởng ghi lại như sau :

0	0	1	1	2	0	3	1	0	4	1	1	1
2	1	2	0	0	0	2	1	1	0	6	0	0

a) Có bao nhiêu buổi học trong tháng đó ?

b) Dấu hiệu ở đây là gì ?

c) Lập bảng “tần số”, nhận xét.

6. Số lỗi chính tả trong một bài tập làm văn của các học sinh ở lớp 7B được thầy giáo ghi lại dưới đây :

3	4	4	5	3	1	3	4	7	10
2	3	4	4	5	4	6	2	4	4
5	5	3	6	4	2	2	6	6	4
9	5	6	6	4	4	3	6	5	6

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Có bao nhiêu bạn làm bài ?

c) Lập bảng “tần số” (ngang và dọc), nhận xét.

7. Cho bảng “tần số”

Giá trị (x)	110	115	120	125	130	
Tần số (n)	4	7	9	8	2	N = 30

Hãy từ bảng này viết lại bảng số liệu ban đầu.

Bài tập bổ sung

- 2.1. Cho dãy giá trị của một dấu hiệu như dưới đây :

5 5 3 7 8 8 5 5 6 6 6 5 7 6 5 6 7 4 5 6.

a) Tần số của giá trị 5 là :

(A) 6 ; (B) 20 ; (C) 7 ; (D) 5.

Hãy chọn phương án đúng.

b) Lập bảng “tần số” của dấu hiệu.

- 2.2. Tất cả các trường THCS thuộc huyện Tân Hà đều tổ chức sưu tầm các bài dân ca để hưởng ứng phong trào “xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực”. Người theo dõi đã ghi tóm tắt kết quả sưu tầm của các trường trong bảng dưới đây :

4 5 1 2 2 6 3 3 2 3 4 4

a) Nếu để tuyên dương thành tích của các trường thì theo em chỉ với bảng này đã đủ chưa ? Nếu chưa thì cần có một bảng thống kê như thế nào ?

b) Dấu hiệu ở đây là gì ?

c) Lập bảng "tần số" của dấu hiệu.

2.3. Theo dõi thời gian chạy 100m trong 10 lần của một vận động viên, huấn luyện viên đã ghi lại trong bảng sau (đơn vị là giây) :

11	11,2	11,3	11,2	11,5	11,2	11,3	11,2	11,1	12
----	------	------	------	------	------	------	------	------	----

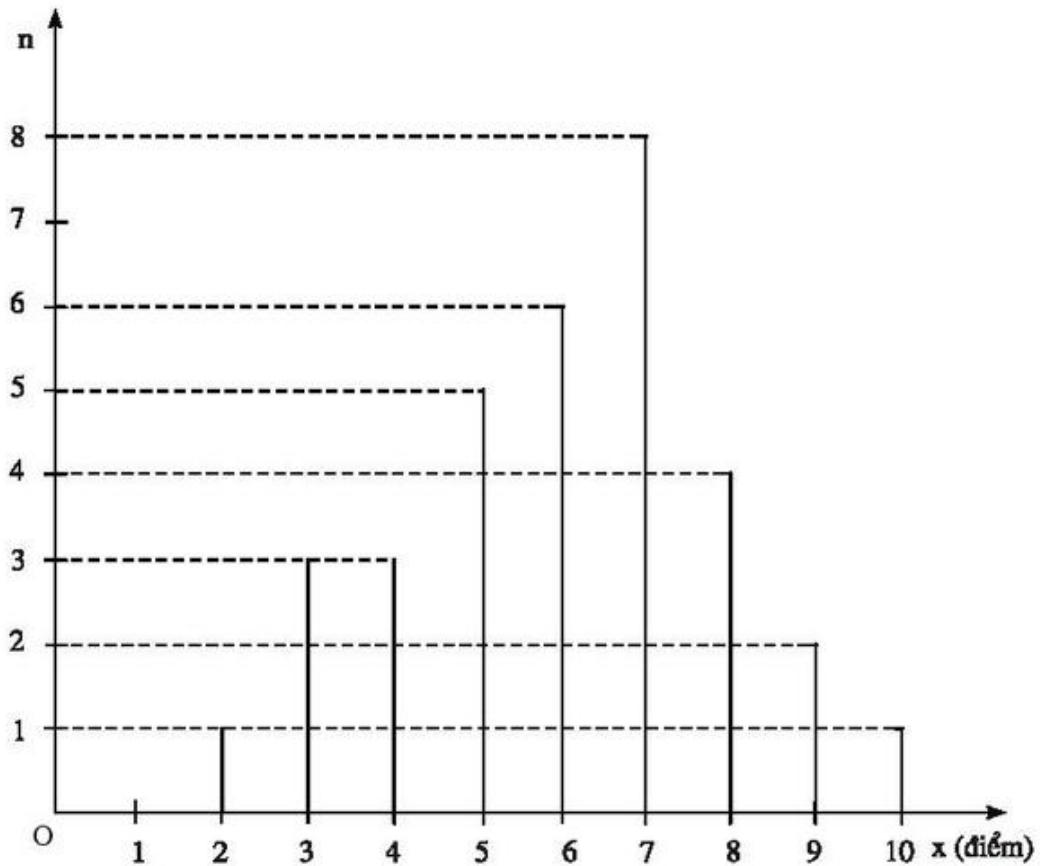
a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Lập bảng "tần số".

c) Nêu nhận xét về tốc độ chạy của vận động viên.

§3. Biểu đồ

8.



Biểu đồ trên biểu diễn kết quả của học sinh trong một lớp qua một bài kiểm tra. Từ biểu đồ đó hãy :

a) Cho biết có bao nhiêu học sinh đạt điểm 7 ? Bao nhiêu học sinh đạt điểm 9 ?

b) Nhận xét.

c) Lập lại bảng "tần số".

8

9. Lượng mưa trung bình hàng tháng từ tháng 4 đến tháng 10 trong một năm ở một vùng được trạm khí tượng ghi lại trong bảng dưới đây (đo theo mm và làm tròn đến mm) :

Tháng	4	5	6	7	8	9	10
Lượng mưa	40	80	80	120	150	100	50

Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng và nhận xét.

10. Có 10 đội bóng tham gia một giải bóng đá. Mỗi đội đều phải đá lượt đi và lượt về với từng đội khác.

a) Mỗi đội phải đá bao nhiêu trận trong suốt giải ?

b) Số bàn thắng qua các trận đấu của một đội trong suốt mùa giải được ghi lại dưới đây :

Số bàn thắng (x)	1	2	3	4	5	
Tần số (n)	6	5	3	1	1	N = 16

Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

c) Có bao nhiêu trận đội bóng đó không ghi được bàn thắng ?

Có thể nói đội bóng này đã thắng 16 trận không ?

Bài tập bổ sung

- 3.1. Diện tích rừng trồng tập trung của tỉnh Quảng Ninh trong một số năm, từ năm 2000 đến năm 2008 (tính theo nghìn ha) được cho trong bảng sau :

Năm	2000	2004	2005	2006	2007	2008
Diện tích rừng trồng tập trung	7,3	7,6	8,7	13,2	15,5	16,6

(Nguồn : Niên giám thống kê – 2008)

a) Dấu hiệu ở đây là gì ?

b) Năm 2006 tỉnh Quảng Ninh trồng được bao nhiêu nghìn ha rừng ?

c) Biểu diễn bằng biểu đồ hình chữ nhật.

d) Nhận xét về tình hình trồng rừng của tỉnh Quảng Ninh trong thời gian từ năm 2000 đến năm 2008.

3.2. Kết quả phân loại trình độ học tập khi kết thúc năm học 2006 – 2007 của toàn bộ học sinh trường THCS Nguyễn Trãi như sau :

- Loại kém 5% ;
- Loại yếu 15 % ;
- Loại trung bình 55% ;
- Loại khá 20% ;
- Loại giỏi 5%.

Hãy biểu diễn kết quả trên bằng biểu đồ hình chữ nhật.

§4. Số trung bình cộng

11. Tính số trung bình cộng và tìm một của dãy giá trị sau bằng cách lập bảng :

17	20	18	18	19	17	22	30	18	21
17	32	19	20	26	18	21	24	19	21
28	18	19	31	26	26	31	24	24	22

12. Theo dõi nhiệt độ trung bình hàng năm của hai thành phố A và B từ năm 1956 đến năm 1975 (đo theo độ C) người ta lập được các bảng sau :

• Đối với thành phố A

Nhiệt độ trung bình (x)	23	24	25	26	
Tần số (n)	5	12	2	1	N = 20

• Đối với thành phố B

Nhiệt độ trung bình (x)	23	24	25	
Tần số (n)	7	10	3	N = 20

Hãy so sánh nhiệt độ trung bình hàng năm giữa hai thành phố.

13. Hai xạ thủ A và B cùng bắn 20 phát đạn, kết quả được ghi lại dưới đây :

A	8	10	10	10	8	9	9	9	10	8	10	10	8	8	9	9	9	10	10	10
B	10	10	9	10	9	9	9	10	10	10	10	10	7	10	6	6	10	9	10	10

a) Tính điểm trung bình của từng xạ thủ.

b) Có nhận xét gì về kết quả và khả năng của từng người.

Bài tập bổ sung

- 4.1. Tổng số áo sơ-mi mà một cửa hàng bán trong một ngày được thống kê lại trong bảng sau :

Cỡ áo	37	38	39	40	41
Số áo bán được	4	7	10	3	1

a) Số áo bán được là bao nhiêu ?

b) Một cửa dấu hiệu là :

(A) 41 ; (B) 10 ; (C) 39 ; (D) 25.

Hãy chọn phương án đúng.

- 4.2. Mật độ dân số của một số tỉnh, thành phố ở nước ta năm 2008 được cho trong bảng sau :

Đồng bằng sông Cửu Long			Vùng Trung du và miền núi phía Bắc		
Thứ tự	Tỉnh, thành phố	Mật độ dân số (người/km ²)	Thứ tự	Tỉnh, thành phố	Mật độ dân số (người/km ²)
1	Long An	320	1	Hà Giang	89
2	Tiền Giang	701	2	Cao Bằng	79
3	Bến Tre	576	3	Bắc Kạn	64
4	Trà Vinh	463	4	Tuyên Quang	127
5	Vĩnh Long	723	5	Lào Cai	94
6	Đồng Tháp	499	6	Yên Bái	109
7	An Giang	636	7	Thái Nguyên	325
8	Kiên Giang	272	8	Lạng Sơn	91
9	Cần Thơ	836	9	Bắc Giang	425
10	Hậu Giang	505	10	Phú Thọ	387
11	Sóc Trăng	393	11	Điện Biên	50
12	Bạc Liêu	321	12	Lai Châu	37
13	Cà Mau	235	13	Sơn La	73
			14	Hoà Bình	178

(Nguồn : Niên giám thống kê – 2008)

Mật độ dân số của một địa phương được tính bằng cách : lấy tổng số dân trung bình của địa phương đó (tại một thời điểm nhất định) chia cho diện tích của chính địa phương ấy (người/km²).

- Dấu hiệu ở đây là gì ?
- Nhận xét chung về mật độ dân số ở hai vùng.
- Tính mật độ dân số của từng vùng và so sánh.

Bài tập ôn chương III

- 14.** Mười đội bóng tham gia một giải bóng đá. Mỗi đội đều phải đá lượt đi và lượt về với từng đội khác.
- Có tất cả bao nhiêu trận trong toàn giải ?
 - Số bàn thắng trong các trận đấu của toàn giải được ghi lại ở bảng sau :

Số bàn thắng (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	
Tần số (n)	12	16	20	12	8	6	4	2	N = 80

Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng và nhận xét.

- Có bao nhiêu trận không có bàn thắng ?
 - Tính số bàn thắng trung bình trong một trận của cả giải.
 - Tìm một.
- 15.** Một bạn gieo (thả) một con xúc xắc 60 lần. Kết quả được ghi lại là :

3 1 3 3 4 6 4 4 1 1 6 6 6 2 1 4 4 3 5 1
 5 2 1 3 5 5 5 2 5 1 3 6 2 2 2 4 1 5 4 2
 2 5 2 4 1 6 6 3 6 6 4 1 6 6 3 5 3 2 1 6

- Dấu hiệu là gì ?
- Lập bảng "tần số".
- Vẽ biểu đồ.
- Qua bảng "tần số" và biểu đồ, có nhận xét đặc biệt gì về tần số của các giá trị ?

Bài tập bổ sung

- III.1.** Số giờ nắng trong từng tháng năm 2008 của hai thành phố Hà Nội và Vũng Tàu được cho trong bảng sau :

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hà Nội	63	26	67	73	143	116	144	124	123	92	148	114
Vũng Tàu	209	211	286	249	203	223	240	196	152	208	164	168

(Nguồn : Niên giám thống kê – 2008)

- Dấu hiệu ở đây là gì ?
- Nhận xét chung về số giờ nắng qua các tháng ở từng thành phố.
- Tính số giờ nắng trung bình hàng tháng của mỗi thành phố và so sánh.

III.2. Tỷ lệ tăng dân số năm 2008 của các nước thuộc khu vực Đông Nam Á được cho trong bảng sau :

Thứ tự	Nước	Tỷ lệ tăng dân số (%)
1	Bru-nây	1,6
2	Cam-pu-chia	1,8
3	Đông Ti-mo	3,2
4	In-đô-nê-xi-a	1,5
5	Lào	2,4
6	Ma-lai-xi-a	1,6
7	Mi-an-ma	0,9
8	Phi-lip-pin	2,1
9	Xin-ga-po	0,6
10	Thái Lan	0,5
11	Việt Nam	1,2

(Nguồn : Niên giám thống kê – 2008)

- Dấu hiệu ở đây là gì ?
- Nhận xét chung về tỷ lệ tăng dân số của các nước trong khu vực.
- Vẽ biểu đồ (hình chữ nhật) đối với các nước In-đô-nê-xi-a, Xin-ga-po, Thái Lan, Ma-lai-xi-a, Việt Nam.
- Tính tỷ lệ tăng dân số trung bình của toàn khu vực và so sánh với Việt Nam.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

§1. Thu thập số liệu thống kê, tần số

1. a) Có thể gặp lớp trưởng của từng lớp để lấy số liệu.
b) Dấu hiệu : số nữ học sinh trong một lớp.
Các giá trị khác nhau của dấu hiệu : 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 24, 25, 28.
Tần số tương ứng (tự tìm).
2. b) Có 30 bạn trả lời.
c) Dấu hiệu : màu sắc ưa thích nhất của mỗi bạn.
d) Có 9 màu được nêu ra : đỏ, vàng, hồng, tím sẫm, trắng, tím nhạt, xanh da trời, xanh lá cây, xanh nước biển.
e) Số bạn thích đối với từng màu (tự tìm).
3. Người đó phải lập danh sách gồm tên các chủ hộ theo một cột và một cột khác ghi lượng điện đã tiêu thụ tương ứng đối với từng hộ thì mới làm hoá đơn thu tiền cho từng hộ được.

Bài tập bổ sung

- 1.1. a) Số sách giáo khoa quyên góp được của một lớp.
b) 16, 30, 40, 41.
c) 19 lớp.
- 1.2. a) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc.
b) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
c) – Khi cả hai cùng xuất hiện mặt 1 chấm.
– Khi cả hai cùng xuất hiện mặt 6 chấm.

§2. Bảng "tần số" các giá trị của dấu hiệu

5. a) Có 26 buổi học trong tháng.
b) Dấu hiệu : số học sinh nghỉ học trong mỗi buổi.
c) Bảng "tần số" (tự lập bảng).
6. a) Dấu hiệu : số lỗi chính tả trong mỗi bài tập làm văn.
b) Có 40 bạn làm bài.

c) Bảng "tần số" (tự lập bảng).

Nhận xét :

- Không có bạn nào không mắc lỗi
- Số lỗi ít nhất : 1
- Số lỗi nhiều nhất : 10
- Số bài có từ 3 đến 6 lỗi chiếm tỉ lệ cao.

Bài tập bổ sung

2.1. a) (C).

b)

Giá trị (x)	3	4	5	6	7	8
Tần số (n)	1	1	7	6	3	2

2.2. a) Chưa đủ mà cần có bảng ghi đầy đủ tên từng trường cùng với số bài dân ca mà trường đó sưu tầm được.

b) Số bài dân ca sưu tầm được của một trường.

c)

Giá trị (x)	1	2	3	4	5	6
Tần số (n)	1	3	3	3	1	1

2.3. a) Thời gian chạy 100m của một vận động viên.

b)

Giá trị (x)	11	11,1	11,2	11,3	11,5	12
Tần số (n)	1	1	4	2	1	1

c) – Đạt tốc độ nhanh nhất với 11 giây.

– Đạt tốc độ chậm nhất với 12 giây.

– Thường chạy với tốc độ từ 11,2 hoặc 11,3 giây.

§3. Biểu đồ

10. a) Mỗi đội phải đá 18 trận.

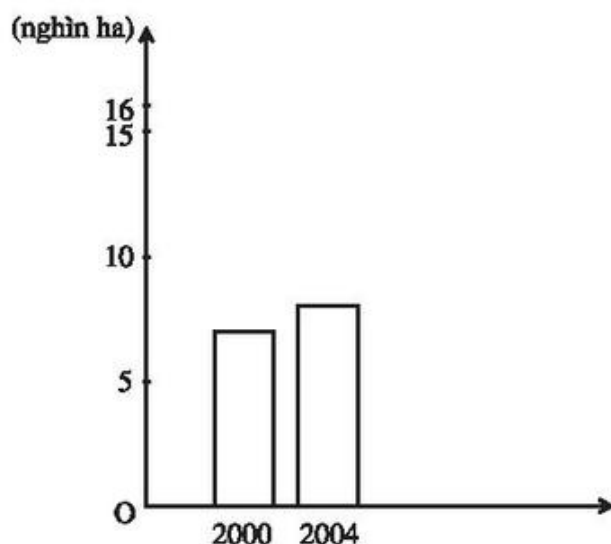
c) Có 2 trận đội bóng đó không ghi được bàn thắng. Không thể nói đội này đã thắng 16 trận.

Bài tập bổ sung

3.1. a) Diện tích rừng trồng tập trung trong một năm của tỉnh Quảng Ninh.

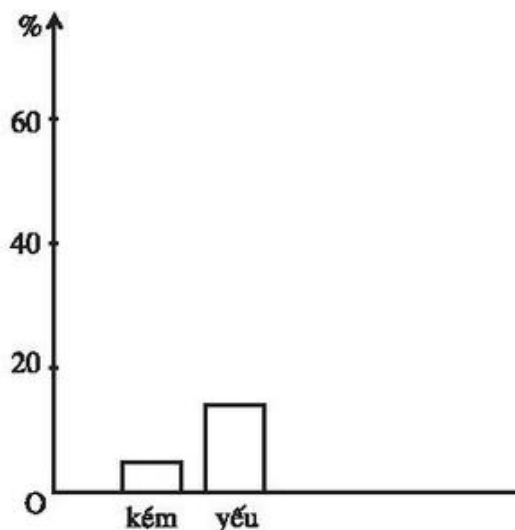
b) 13,2 nghìn ha.

c) Hướng dẫn vẽ :



d) Diện tích rừng trồng của tỉnh Quảng Ninh tăng dần từ năm này qua năm khác (không kể các năm 2001, 2002, 2003 vì không có số liệu).

3.2. Hướng dẫn vẽ



§4. Số trung bình cộng

11. Đáp số : $\bar{X} = 22,2$; $M_0 = 18$.

12. Tính nhiệt độ trung bình của từng thành phố trong 20 năm :

Đối với thành phố A : $\bar{X} = 23,95^\circ\text{C}$.

Đối với thành phố B : $\bar{X} = 23,8^\circ\text{C}$.

Nhìn chung thành phố A nóng hơn thành phố B chút ít.

13. Đối với xạ thủ A : $\bar{X} = 9,2$.

Đối với xạ thủ B : $\bar{X} = 9,2$.

Tuy điểm trung bình bằng nhau song xạ thủ A bắn "chụm" hơn xạ thủ B.

Bài tập bổ sung

4.1. a) 25 cái áo.

b) (C).

4.2. a) Mật độ dân số của một tỉnh.

b) Mật độ dân số vùng Đồng bằng sông Cửu Long nói chung cao hơn so với vùng Trung du và miền núi phía Bắc.

c) – Mật độ dân số của vùng Đồng bằng sông Cửu Long : 498 người/km^2 .

– Mật độ dân số của vùng Trung du và miền núi phía Bắc : 152 người/km^2 .

Rõ ràng là mật độ dân số ở Đồng bằng sông Cửu Long cao hơn vùng Trung du và miền núi phía Bắc.

Bài tập ôn chương III

14. a) Có tất cả 90 trận.

(Nếu xếp 10 đội theo thứ tự từ thứ nhất đến thứ mười, ta có thể tính như sau :
Đội thứ nhất đá với 9 đội còn lại trong 18 trận, vì số trận của đội thứ hai đá với đội thứ nhất là 2 trận, đã được tính nên đội này chỉ còn đá 16 trận, và như vậy đội thứ ba do đã đá với đội thứ nhất, đội thứ hai nên chỉ còn 14 trận,...).

c) Có 10 trận không có bàn thắng.

d) $\bar{X} = \frac{272}{90} \approx 3$ bàn.

e) $M_0 = 3$.

15. a) Dấu hiệu : số chấm xuất hiện trong một lần gieo.

d) Tần số xuất hiện của các số chấm từ 1 đến 6 xấp xỉ nhau.

Bài tập bổ sung

III.1. a) Số giờ nắng trong một tháng thuộc năm 2008 ở Hà Nội, ở Vũng Tàu.

b) Nói chung, trong năm 2008 số giờ nắng ở Vũng Tàu không chênh lệch nhiều qua các tháng và thường cao hơn Hà Nội.

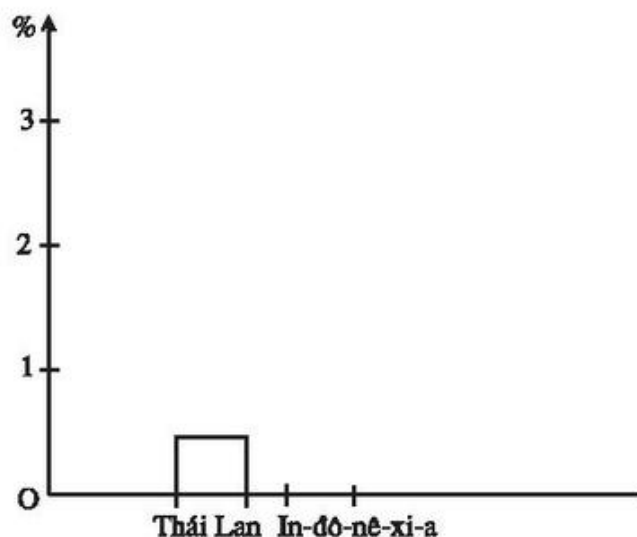
c) – Số giờ nắng trung bình hàng tháng ở Hà Nội : 102,8.

– Số giờ nắng trung bình hàng tháng ở Vũng Tàu : 209,1.

III.2. a) Tỷ lệ tăng dân số của một nước thuộc khu vực Đông Nam Á.

b) Tỷ lệ cao nhất là của Đông Ti-mo, tỷ lệ thấp nhất là của Thái Lan. Có nhiều nước có tỷ lệ trong khoảng từ 1% đến 2%.

c) Hướng dẫn vẽ biểu đồ :



d) Tỷ lệ tăng dân số trung bình trong khu vực là 1,58%. So với tỷ lệ đó thì tỷ lệ tăng dân số ở Việt Nam thấp hơn.

Chương IV. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

ĐỀ BÀI

§1. Khái niệm về biểu thức đại số

1. Viết các biểu thức đại số để diễn đạt các ý sau :

a) Tổng của a và b bình phương.

- b) Tổng các bình phương của a và b .
c) Bình phương của tổng a và b .
2. Dùng các thuật ngữ "tổng", "hiệu", "tích", "thương", "bình phương",... để đọc các biểu thức sau :
- a) $x + 10$; b) $3x^2$; c) $(x + 2)(x - 2)$.
3. Viết biểu thức đại số để biểu thị :
- a) Diện tích hình chữ nhật có hai cạnh liên tiếp là 5cm và a (cm).
b) Chu vi hình chữ nhật có hai cạnh liên tiếp là a (cm) và b (cm).
4. Viết biểu thức đại số để biểu thị :
- a) Quãng đường đi được của một ô tô trong thời gian t giờ với vận tốc 35 km/h.
b) Diện tích hình thang có đáy lớn là a (m), đáy bé b (m) và đường cao h (m).
5. Viết biểu thức đại số biểu diễn :
- a) Một số tự nhiên chẵn ;
b) Một số tự nhiên lẻ ;
c) Hai số lẻ liên tiếp ;
d) Hai số chẵn liên tiếp.

Bài tập bổ sung

- 1.1. Viết biểu thức đại số để biểu thị hiệu các bình phương của x và y .
1.2. Viết biểu thức đại số để biểu thị tích của x bình phương với hiệu của x và y .

§2. Giá trị của một biểu thức đại số

6. Cho biểu thức $5x^2 + 3x - 1$. Tính giá trị của biểu thức tại :

a) $x = 0$; b) $x = -1$; c) $x = \frac{1}{3}$.

7. Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $3x - 5y + 1$ tại $x = \frac{1}{3}$; $y = -\frac{1}{5}$;

b) $3x^2 - 2x - 5$ tại $x = 1$; $x = -1$; $x = \frac{5}{3}$;

c) $x - 2y^2 + z^3$ tại $x = 4$; $y = -1$; $z = -1$.

8. Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $x^2 - 5x$ tại $x = 1 ; x = -1 ; x = \frac{1}{2}$

b) $3x^2 - xy$ tại $x = -3 ; y = -5$

c) $5 - xy^3$ tại $x = 1 ; y = -3$.

9. Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $x^5 - 5$ tại $x = -1$;

b) $x^2 - 3x - 5$ tại $x = 1 ; x = -1$.

10. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $x(m)$, chiều rộng $y(m)$ ($x, y > 4$). Người ta mở một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất của vườn) rộng $2m$.

a) Hỏi chiều dài, chiều rộng của khu đất còn lại để trồng trọt là bao nhiêu (m) ?

b) Tính diện tích khu đất trồng trọt biết $x = 15m, y = 12m$.

11. Điền vào bảng sau :

Biểu thức	Giá trị biểu thức tại				
	$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$3x - 5$					
x^2					
$x^2 - 2x + 1$					

12. Có một vòi chảy vào một bể chứa nước, mỗi phút được x lít nước. Cùng lúc đó một vòi khác chảy từ bể ra. Mỗi phút lượng nước chảy ra bằng $\frac{1}{3}$ lượng nước chảy vào.

a) Hãy biểu thị số nước có thêm trong bể sau khi đồng thời mở cả hai vòi trên trong a phút.

b) Tính số nước có thêm trong bể trên biết $x = 30 ; a = 50$.

Bài tập bổ sung

2.1. Tính giá trị của biểu thức $2x^4 - 5y$ tại $x = -2 ; y = 4$.

2.2. Giá trị của biểu thức $x^5 - y^5$ tại $x = 1 ; y = -1$ là :

(A) -1 ; (B) 0 ; (C) 1 ; (D) 2 .

Hãy chọn phương án đúng.

§3. Đơn thức

13. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức :

a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{1}{2}x^2yz$; c) $3 + x^2$; d) $3x^2$.

14. Cho 5 ví dụ về đơn thức bậc 4 có các biến là x, y, z.

15. Cho các chữ x, y. Lập hai biểu thức đại số mà :

- Một biểu thức là đơn thức
- Một biểu thức không phải là đơn thức.

16. Thu gọn các đơn thức và chỉ ra phần hệ số của chúng :

a) $5x^2 \cdot 3xy^2$; b) $\frac{1}{4}(x^2y^3)^2 \cdot (-2xy)$.

17. Viết các đơn thức sau dưới dạng thu gọn :

a) $-\frac{2}{3}xy^2z \cdot (-3x^2y)^2$; b) $x^2yz \cdot (2xy)^2z$.

18. Tính giá trị của các đơn thức sau :

a) $5x^2y^2$ tại $x = -1$; $y = -\frac{1}{2}$

b) $-\frac{1}{2}x^2y^3$ tại $x = 1$; $y = -2$

c) $\frac{2}{3}x^2y$ tại $x = -3$; $y = -1$.

Bài tập bổ sung

3.1. Tính tích các đơn thức sau và tìm bậc của đơn thức thu được :

a) $4xy^2$ và $-\frac{3}{4}(x^2y)^3$; b) $\frac{1}{6}x(2y^3)^2$ và $-9x^5y$.

3.2. Bậc của đơn thức $3y^2(2y^2)^3y$ sau khi đã thu gọn là :

(A) 6 ; (B) 7 ; (C) 8 ; (D) 9.

Hãy chọn phương án đúng.

§4. Đơn thức đồng dạng

19. Hãy xếp các đơn thức sau thành nhóm các đơn thức đồng dạng với nhau :

$-5x^2yz$; $3xy^2z$; $\frac{2}{3}x^2yz$; $10x^2y^2z$; $-\frac{2}{3}xy^2z$; $\frac{5}{7}x^2y^2z$.

20. Các cặp đơn thức sau có đồng dạng hay không ?

a) $\frac{2}{3}x^2y$ và $-\frac{2}{3}x^2y$;

b) $2xy$ và $\frac{3}{4}xy$;

c) $5x$ và $5x^2$.

21. Tính tổng :

a) $x^2 + 5x^2 + (-3x^2)$;

b) $5xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + \frac{1}{4}xy^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)xy^2$;

c) $3x^2y^2z^2 + x^2y^2z^2$.

22. Tính :

a) $xyz - 5xyz$;

b) $x^2 - \frac{1}{2}x^2 - 2x^2$.

23. Điền đơn thức thích hợp vào ô trống :

a) $\boxed{} + 5xy = -3xy$;

b) $\boxed{} + \boxed{} - x^2z = 5x^2z$.

Bài tập bổ sung

4.1. Viết bốn đơn thức đồng dạng với đơn thức $-2x^3y^5$ rồi tính tổng của năm đơn thức đó.

4.2. Khẳng định nào sau đây là sai ?

(A) $3x^2y^3$ và $3x^3y^2$ là hai đơn thức đồng dạng ;

(B) $-3x^2y^3$ và $3x^2y^3$ là hai đơn thức đồng dạng ;

(C) $(xy)^2$ và $3x^2y^2$ là hai đơn thức đồng dạng ;

(D) $-2(xy)^3$ và $5x^3y^3$ là hai đơn thức đồng dạng.

§5. Đa thức

24. Lập biểu thức đại số chứa các biến x, y, z mà :

a) Biểu thức đó vừa là đơn thức vừa là đa thức ;

b) Là đa thức nhưng không phải là đơn thức.

25. Tính giá trị các đa thức sau :

a) $5xy^2 + 2xy - 3xy^2$ tại $x = -2$; $y = -1$

b) $x^2y^2 + x^4y^4 + x^6y^6$ tại $x = 1$; $y = -1$.

26. Thu gọn các đa thức sau :

a) $2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz$

b) $x^3 - 5xy + 3x^3 + xy - x^2 + \frac{1}{2}xy - x^2$.

27. Thu gọn các đa thức sau :

a) $x^6 + x^2y^5 + xy^6 + x^2y^5 - xy^6$

b) $\frac{1}{2}x^2y^3 - x^2y^3 + 3x^2y^2z^2 - z^4 - 3x^2y^2z^2$.

28. Viết đa thức $x^5 + 2x^4 - 3x^2 - x^4 + 1 - x$ thành :

a) Tổng của hai đa thức

b) Hiệu của hai đa thức.

Bài tập bổ sung

5.1. Thu gọn rồi tìm bậc của đa thức

$$x^3y^4 - 5y^8 + x^3y^4 + xy^4 + x^3 - y^2 - xy^4 + 5y^8.$$

5.2. Thu gọn đa thức $x^3 - 5y^2 + x + x^3 - y^2 - x$ ta được:

(A) $x^6 - 6y^4$; (B) $x^6 - 4y^4$; (C) $2x^3 - 6y^2$; (D) $2x^3 - 4y^2$.

Hãy chọn phương án đúng.

§6. Cộng, trừ đa thức

29. Tìm đa thức A biết :

a) $A + (x^2 + y^2) = 5x^2 + 3y^2 - xy$

b) $A - (xy + x^2 - y^2) = x^2 + y^2$.

30. Cho hai đa thức : $M = x^2 - 2yz + z^2$
 $N = 3yz - z^2 + 5x^2$.

a) Tính $M + N$

b) Tính $M - N$; $N - M$.

31. Tính tổng của hai đa thức sau :

a) $5x^2y - 5xy^2 + xy$ và $xy - x^2y^2 + 5xy^2$;

b) $x^2 + y^2 + z^2$ và $x^2 - y^2 + z^2$.

32. Tính giá trị của các đa thức sau :

a) $xy + x^2y^2 + x^3y^3 + x^4y^4 + \dots + x^{10}y^{10}$ tại $x = -1$; $y = 1$;

b) $xyz + x^2y^2z^2 + x^3y^3z^3 + \dots + x^{10}y^{10}z^{10}$ tại $x = 1$; $y = -1$; $z = -1$.

33. Tìm các cặp giá trị x, y để các đa thức sau nhận giá trị bằng 0 :

a) $2x + y - 1$;

b) $x - y - 3$.

Bài tập bổ sung

6.1. Cho các đa thức

$$P = 3x^2y - 2x + 5xy^2 - 7y^2 \text{ và } Q = 3xy^2 - 7y^2 - 9x^2y - x - 5.$$

Tìm đa thức M sao cho

a) $M = P + Q$;

b) $M = Q - P$.

6.2. Giá trị của đa thức $xy - x^2y^2 + x^3y^3 - x^4y^4 + x^5y^5 - x^6y^6$ tại $x = -1$; $y = 1$ là :

(A) 0 ;

(B) -1 ;

(C) 1 ;

(D) -6.

Hãy chọn phương án đúng.

§7. Đa thức một biến

34. Cho ví dụ về một đa thức một biến mà :

a) Có hệ số cao nhất bằng 10, hệ số tự do bằng -1 ;

b) Chỉ có ba hạng tử.

35. Thu gọn các đa thức sau và sắp xếp theo lũy thừa giảm của biến :

a) $x^5 - 3x^2 + x^4 - \frac{1}{2}x - x^5 + 5x^4 + x^2 - 1$;

b) $x - x^9 + x^2 - 5x^3 + x^6 - x + 3x^9 + 2x^6 - x^3 + 7$.

36. Thu gọn và sắp xếp các số hạng của đa thức theo lũy thừa tăng của biến. Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do :

a) $x^7 - x^4 + 2x^3 - 3x^4 - x^2 + x^7 - x + 5 - x^3$;

b) $2x^2 - 3x^4 - 3x^2 - 4x^5 - \frac{1}{2}x - x^2 + 1.$

37. Tính giá trị của các đa thức sau :

a) $x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + \dots + x^{100}$ tại $x = -1$;

b) $ax^2 + bx + c$ tại $x = -1$; $x = 1$ (a, b, c là hằng số).

Bài tập bổ sung

7.1. Cho $f(x) = x^5 + 3x^2 - 5x^3 - x^7 + x^3 + 2x^2 + x^5 - 4x^2 + x^7$;

$g(x) = x^4 + 4x^3 - 5x^8 - x^7 + x^3 + x^2 - 2x^7 + x^4 - 4x^2 - x^8.$

Thu gọn và sắp xếp các đa thức $f(x)$ và $g(x)$ theo lũy thừa giảm của biến rồi tìm bậc của các đa thức đó.

7.2. Giá trị của đa thức $x + x^3 + x^5 + x^7 + x^9 + \dots + x^{101}$ tại $x = -1$ là :

(A) -101 ; (B) -100 ; (C) -51 ; (D) $-50.$

Hãy chọn phương án đúng.

§8. Cộng, trừ đa thức một biến

38. Tính $f(x) + g(x)$ với :

$$f(x) = x^5 - 3x^2 + x^3 - x^2 - 2x + 5$$

$$g(x) = x^2 - 3x + 1 + x^2 - x^4 + x^5.$$

39. Tính $f(x) - g(x)$ với :

$$f(x) = x^7 - 3x^2 - x^5 + x^4 - x^2 + 2x - 7$$

$$g(x) = x - 2x^2 + x^4 - x^5 - x^7 - 4x^2 - 1.$$

40. Cho các đa thức :

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + x - 1$$

$$g(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 5.$$

Tìm đa thức $h(x)$ sao cho :

a) $f(x) + h(x) = g(x)$;

b) $f(x) - h(x) = g(x).$

41. Cho các đa thức :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0.$$

a) Tính $f(x) + g(x)$

b) Tính $f(x) - g(x)$.

42. Tính $f(x) + g(x) - h(x)$ biết :

$$f(x) = x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 1$$

$$g(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3$$

$$h(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 5.$$

Bài tập bổ sung

8.1. Cho $f(x) = x^2 + 2x^3 - 7x^5 - 9 - 6x^7 + x^3 + x^2 + x^5 - 4x^2 + 3x^7$;

$$g(x) = x^5 + 2x^3 - 5x^8 - x^7 + x^3 + 4x^2 - 5x^7 + x^4 - 4x^2 - x^6 - 12 ;$$

$$h(x) = x + 4x^5 - 5x^6 - x^7 + 4x^3 + x^2 - 2x^7 + x^6 - 4x^2 - 7x^7 + x.$$

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa tăng của biến.

b) Tính $f(x) + g(x) - h(x)$.

8.2. Thu gọn đa thức $(4x^3 + 2x^2 - 1) - (4x^3 - x^2 + 1)$ ta được :

$$(A) x^2; \quad (B) x^2 - 2; \quad (C) 3x^2 - 2; \quad (D) 8x^3 + x^2.$$

Hãy chọn phương án đúng.

§9. Nghiệm của đa thức một biến

43. Cho đa thức $f(x) = x^2 - 4x - 5$. Chứng tỏ rằng $x = -1$; $x = 5$ là hai nghiệm của đa thức đó.

44. Tìm nghiệm của các đa thức sau :

a) $2x + 10$;

b) $3x - \frac{1}{2}$;

c) $x^2 - x$.

45. Tìm nghiệm của các đa thức sau :

a) $(x - 2)(x + 2)$;

b) $(x - 1)(x^2 + 1)$.

46. Chứng tỏ rằng nếu $a + b + c = 0$ thì $x = 1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

47. Chứng tỏ rằng nếu $a - b + c = 0$ thì $x = -1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.
48. Tìm một nghiệm của đa thức $f(x)$ biết
- a) $f(x) = x^2 - 5x + 4$; b) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$.
49. Chứng tỏ rằng đa thức $x^2 + 2x + 2$ không có nghiệm.
50. Đố em tìm được số mà :
- a) Bình phương của nó bằng chính nó
- b) Lập phương của nó bằng chính nó.

Bài tập bổ sung

- 9.1. Chứng tỏ rằng $x = 0$; $x = -\frac{1}{2}$ là các nghiệm của đa thức $5x + 10x^2$.
- 9.2. Khẳng định nào sau đây là đúng ?
- (A) Đa thức $5x^5$ không có nghiệm ;
- (B) Đa thức $x^2 - 2$ không có nghiệm ;
- (C) Đa thức $x^2 + 2$ có nghiệm $x = -1$;
- (D) Đa thức x có nghiệm $x = 0$.

Bài tập ôn chương IV

51. Tính giá trị các biểu thức sau tại $x = 1$; $y = -1$; $z = 3$:
- a) $(x^2y - 2x - 2z)xy$; b) $xyz + \frac{2x^2y}{y^2 + 1}$.
52. Viết một biểu thức đại số chứa x, y thoả mãn một trong các điều sau :
- a) Là đơn thức
- b) Chỉ là đa thức nhưng không phải là đơn thức.
53. Hãy điền thêm một đơn thức vào ô trống để được tích của hai ô liền nhau là một đơn thức đồng dạng với đơn thức ở ô tương ứng :

xy	...	→	$5x^2y$
xy	...	→	$15x^3y^2$
xy	...	→	$-x^2y$
xy	...	→	$-\frac{1}{2}xy^3$

54. Thu gọn các đơn thức sau rồi tìm hệ số của nó :

a) $\left(-\frac{1}{3}xy\right) \cdot (3x^2yz^2)$;

b) $-54y^2 \cdot bx$ (b là hằng số) ;

c) $-2x^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot x(y^2z)^3$.

55. Cho hai đa thức : $f(x) = x^5 - 3x^2 + 7x^4 - 9x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x$

$$g(x) = 5x^4 - x^5 + x^2 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{1}{4}x$$

Tính $f(x) + g(x)$ và $f(x) - g(x)$.

56. Cho đa thức :

$$f(x) = -15x^3 + 5x^4 - 4x^2 + 8x^2 - 9x^3 - x^4 + 15 - 7x^3$$

a) Thu gọn đa thức trên ;

b) Tính $f(1)$; $f(-1)$.

57. Chọn số là nghiệm của đa thức :

a) $3x - 9$

-3	0	3
----	---	---

b) $-3x - \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
----------------	----------------	---------------	---------------

c) $-17x - 34$

-2	-1	1	2
----	----	---	---

d) $x^2 - 8x + 12$

-6	-1	1	6
----	----	---	---

e) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

-1	0	$\frac{1}{2}$	1
----	---	---------------	---

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

§1. Khái niệm về biểu thức đại số

1. a) $a + b^2$; b) $a^2 + b^2$; c) $(a + b)^2$.
2. a) Tổng của x và 10.
b) Tích của 3 với x bình phương.
c) Tích của tổng hai số x và 2 với hiệu của chúng.
3. a) $5a$ (cm^2); b) $2(a + b)$ (cm).
4. a) $35t$ (km); b) $\frac{1}{2}(a + b)h$ (m^2).
5. a) $2k$; b) $2k + 1$;
c) $2k + 1$ và $2k + 3$; d) $2k$ và $2k + 2$
($k \in \mathbf{N}$).

Bài tập bổ sung

1.1. $x^2 - y^2$.

1.2. $x^2(x - y)$.

§2. Giá trị của một biểu thức đại số

6. a) -1 ; b) 1 ; c) $\frac{5}{9}$.
7. a) 3.
b) Giá trị của biểu thức tại $x = 1$, $x = -1$, $x = \frac{5}{3}$ lần lượt là: -4 ; 0 ; 0 .
c) 1.
8. a) Giá trị của biểu thức tại $x = 1$; $x = -1$; $x = \frac{1}{2}$ lần lượt là: -4 ; 6 ; $-\frac{9}{4}$;
b) 12; c) 32.
9. a) -6 .
b) Giá trị của biểu thức tại $x = 1$, $x = -1$ lần lượt là: -7 ; -1 .

10. a) Chiều dài và chiều rộng của khu đất còn lại để trồng trọt lần lượt là $(x - 4)m$ và $(y - 4)m$.

b) $88m^2$.

11. Ta có bảng sau :

Biểu thức	Giá trị biểu thức tại				
	$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$3x - 5$	-11	-8	-5	-2	1
x^2	4	1	0	1	4
$x^2 - 2x + 1$	9	4	1	0	1

12. a) $\frac{2ax}{3}$ (lít);

b) 1000 (lít).

Bài tập bổ sung

2.1. 12.

2.2. (D).

§3. Đơn thức

13. a), b), d) là đơn thức ;

c) không phải là đơn thức.

14. Có nhiều đáp số, chẳng hạn :

a) $\frac{1}{2}xy^2z$;

b) $2xy^2z$;

c) $-xyz^2$;

d) $\frac{3}{4}x^2yz$;

e) $-\frac{1}{3}x^2yz$.

15. Chẳng hạn biểu thức là đơn thức : $3xy^2$;

Biểu thức không phải là đơn thức : $x^2 + y - 1$.

16. a) $15x^3y^2$. Vậy 15 là hệ số.

b) $\frac{1}{4}(x^2y^3)^2 \cdot (-2xy) = -\frac{1}{2}x^5y^7$. Vậy $-\frac{1}{2}$ là hệ số.

17. a) $-6x^5y^4z$;

b) $4x^4y^3z^2$.

18. a) $\frac{5}{4}$; b) 4; c) - 6.

Bài tập bổ sung

3.1. a) $-3x^7y^5$, đơn thức có bậc là 12.

b) $-6x^6y^7$, đơn thức có bậc là 13.

3.2. (D).

§4. Đơn thức đồng dạng

19. $-5x^2yz$ và $\frac{2}{3}x^2yz$

$3xy^2z$ và $-\frac{2}{3}xy^2z$

$10x^2y^2z$ và $\frac{5}{7}x^2y^2z$.

20. a), b) có; c) không.

21. a) $3x^2$; b) $\frac{21}{4}xy^2$; c) $4x^2y^2z^2$.

22. a) $-4xyz$; b) $-\frac{3}{2}x^2$.

23. a) $\boxed{-8xy} + 5xy = -3xy$

b) Có nhiều đáp số, chẳng hạn: $\boxed{4x^2z} + \boxed{2x^2z} - x^2z = 5x^2z$.

Bài tập bổ sung

4.2. (A).

§5. Đa thức

24. Chẳng hạn:

a) $5x^2yz$; b) $x^2 + yz$.

25. a) 0; b) 3.

26. a) $-3x^2yz + 5xy^2z - xyz$; b) $4x^3 - 2x^2 - \frac{7}{2}xy$.

27. a) $x^6 + 2x^2y^5$; b) $-\frac{1}{2}x^2y^3 - z^4$.

28. Có nhiều cách viết, chẳng hạn :

a) $x^5 + 2x^4 - 3x^2 - x^4 + 1 - x = (x^5 + x^4 - x^3) + (x^3 - 3x^2 - x + 1)$
b) Tương tự.

Bài tập bổ sung

5.1. $2x^3y^4 + x^3 - y^2$, đa thức có bậc là 7.

5.2. (C).

§6. Cộng, trừ đa thức

29. a) $A = 4x^2 + 2y^2 - xy$; b) $A = 2x^2 + xy$.

30. a) $M + N = 6x^2 + yz$
b) $M - N = -4x^2 - 5yz + 2z^2$
 $N - M = 4x^2 + 5yz - 2z^2$.

31. a) $5x^2y + 2xy - x^2y^2$; b) $2x^2 + 2z^2$.

32. a) $xy + x^2y^2 + x^3y^3 + x^4y^4 + \dots + x^{10}y^{10} = xy + (xy)^2 + (xy)^3 + \dots + (xy)^{10}$.

Với $x = -1, y = 1$ thì xy có giá trị là -1 .

Giá trị của biểu thức là 0.

b) $xyz + x^2y^2z^2 + \dots + x^{10}y^{10}z^{10} = (xyz) + (xyz)^2 + \dots + (xyz)^{10}$.

Khi $x = 1; y = -1; z = -1$ thì xyz có giá trị là $1 \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$.

Giá trị của biểu thức là 10.

33. Có nhiều đáp số, chẳng hạn :

a) $(x = 1, y = -1); (x = 0, y = 1)$

b) $(x = 0, y = -3); (x = 2, y = -1)$.

Bài tập bổ sung

6.1. a) $M = 8xy^2 - 6x^2y - 3x - 14y^2 - 5$.

b) $M = -2xy^2 - 12x^2y + x - 5$.

6.2. (D).

§7. Đa thức một biến

34. Có nhiều đáp số, chẳng hạn :

a) $10x^5 + x - 1$; $10x^5 - x^3 + x^2 - 1$

b) $4x^5 - x^4 + 2x^3$; $x^5 - x^2 + x$.

35. a) $6x^4 - 2x^2 - \frac{1}{2}x - 1$; b) $2x^9 + 3x^6 - 6x^3 + x^2 + 7$.

36. a) $5 - x - x^2 + x^3 - 4x^4 + 2x^7$.

Hệ số cao nhất : 2. Hệ số tự do : 5.

b) $1 - \frac{1}{2}x - 2x^2 - 3x^4 - 4x^5$.

Hệ số cao nhất : - 4. Hệ số tự do : 1.

37. a) $(-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + \dots + (-1)^{100} = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{50 \text{ số hạng}} = 50$

b) $a - b + c$ tại $x = -1$

$a + b + c$ tại $x = 1$.

Bài tập bổ sung

7.1. $f(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2$, đa thức có bậc là 5.

$g(x) = -6x^8 - 3x^7 + 2x^4 + 5x^3 - 3x^2$, đa thức có bậc là 8.

7.2. (C).

§8. Cộng, trừ đa thức một biến

38. $f(x) + g(x) = 2x^5 - x^4 + x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

39. $f(x) - g(x) = 2x^7 + 2x^2 + x - 6$.

40. a) $f(x) + h(x) = g(x)$

$$h(x) = g(x) - f(x) = -x^3 + 4x^2 - x + 6.$$

b) $h(x) = f(x) - g(x) = x^3 - 4x^2 + x - 6$.

41. a) $f(x) + g(x) = (a_n + b_n)x^n + (a_{n-1} + b_{n-1})x^{n-1} + \dots + (a_1 + b_1)x + a_0 + b_0$
 b) $f(x) - g(x) = (a_n - b_n)x^n + (a_{n-1} - b_{n-1})x^{n-1} + \dots + (a_1 - b_1)x + a_0 - b_0$.
42. $f(x) + g(x) - h(x) = 2x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 9x + 9$.

Bài tập bổ sung

8.1. a)

$$f(x) = -9 - 2x^2 + 3x^3 - 6x^5 - 3x^7;$$

$$g(x) = -12 + 3x^3 + x^4 + x^5 - x^6 - 6x^7 - 5x^8;$$

$$h(x) = 2x - 3x^2 + 4x^3 + 4x^5 - 4x^6 - 10x^7.$$

b) $f(x) + g(x) - h(x) = -21 - 2x + x^2 + 2x^3 + x^4 - 9x^5 + 3x^6 + x^7 - 5x^8$.

8.2. (C).

§9. Nghiệm của đa thức một biến

43. $f(x) = x^2 - 4x - 5$

$x = -1$ là một nghiệm của $f(x)$ vì $f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) - 5 = 1 + 4 - 5 = 0$.

$x = 5$ là một nghiệm của $f(x)$ vì $f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 - 5 = 25 - 20 - 5 = 0$.

44. a) $x = -5$ là một nghiệm của đa thức $2x + 10$, vì $2 \cdot (-5) + 10 = 0$.

b) $x = \frac{1}{6}$ là một nghiệm của đa thức $3x - \frac{1}{2}$ vì $3 \cdot \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = 0$.

c) $x = 0$; $x = 1$ là hai nghiệm của đa thức $x^2 - x$.

45. a) $x = 2$; $x = -2$ là hai nghiệm của đa thức.

b) $x = 1$ là nghiệm của đa thức $(x - 1)(x^2 + 1)$.

46. Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(1) = a + b + c$

mà $a + b + c = 0$ (theo gt)

nên $f(1) = 0 \Rightarrow x = 1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

47. Đặt $f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f(-1) = a(-1)^2 + b(-1) + c = a - b + c$

mà $a - b + c = 0$ (theo gt)

nên $f(-1) = 0 \Rightarrow x = -1$ là một nghiệm của đa thức $ax^2 + bx + c$.

48. a) 1 ; b) -1.

49. $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$ mà $(x+1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbf{R}$

và $1 > 0$ nên $(x+1)^2 + 1 > 0$ với $\forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow$ đa thức trên không có nghiệm.

50. a) 0 ; 1

b) 0 ; 1 ; -1.

Bài tập bổ sung

9.1. Tính giá trị của đa thức tại $x = 0$; $x = -\frac{1}{2}$.

9.2. (D).

Bài tập ôn chương IV

51. a) 9 ; b) -4.

52. Có nhiều đáp số, chẳng hạn : a) xy ; b) $x + y$.

53. Có nhiều đáp số.

54. a) $-x^3y^2z^2$, hệ số là -1 ; b) $-54bxy^2$, hệ số là -54b ;

c) $-\frac{1}{2}x^3y^7z^3$, hệ số là $-\frac{1}{2}$.

55. $f(x) + g(x) = 12x^4 - 11x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

$f(x) - g(x) = 2x^5 + 2x^4 - 7x^3 - 6x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$.

56. a) $f(x) = 4x^4 - 31x^3 + 4x^2 + 15$; b) $f(1) = -8$; $f(-1) = 54$.

57. a) 3 ; b) $-\frac{1}{6}$; c) -2 ; d) 6 ; e) $\frac{1}{2}$.

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

ĐỀ BÀI

§1. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác

1. So sánh các góc của tam giác ABC biết rằng $AB = 5\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$.
2. So sánh các cạnh của tam giác ABC biết rằng $\hat{A} = 80^\circ$, $\hat{C} = 40^\circ$.
3. Cho tam giác ABC có $\hat{B} > 90^\circ$, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng $AB < AD < AC$.
4. Điền dấu "×" vào chỗ trống thích hợp :

Câu	Đúng	Sai
1. Trong một tam giác vuông, cạnh đối diện với góc vuông là cạnh lớn nhất.
2. Trong một tam giác tù, cạnh đối diện với góc tù là cạnh lớn nhất.
3. Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc nhọn.
4. Trong một tam giác, đối diện với cạnh lớn nhất là góc tù.

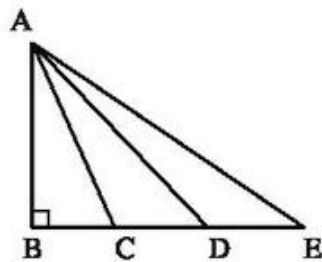
5. Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm K nằm giữa A và C. So sánh các độ dài BK, BC.

6. Cho tam giác ABC vuông tại A, tia phân giác của góc B cắt AC ở D. So sánh các độ dài AD, DC.
- 7*. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC. So sánh \widehat{BAM} và \widehat{MAC} .
- 8*. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. So sánh các độ dài BD, DC.
- 9*. Chứng minh rằng nếu một tam giác vuông có một góc nhọn bằng 30° thì cạnh góc vuông đối diện với nó bằng nửa cạnh huyền.
- 10*. Chứng minh định lí “Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn” theo gợi ý sau :
- Cho tam giác ABC có $\hat{B} > \hat{C}$.
- a) Có thể xảy ra $AC < AB$ hay không ?
- b) Có thể xảy ra $AC = AB$ hay không ?
- 1.1. Tam giác ABC có \hat{A} là góc tù, $\hat{B} > \hat{C}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?
- (A) $AB > AC > BC$; (B) $AC > AB > BC$;
- (C) $BC > AB > AC$; (D) $BC > AC > AB$.
- 1.2. Tam giác ABC có $AB = 5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ và $AC = 7\text{cm}$. Gọi \hat{A}_1 , \hat{B}_1 , \hat{C}_1 theo thứ tự là góc ngoài tại đỉnh A, B, C của tam giác đó. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?
- (A) $\hat{A}_1 > \hat{B}_1 > \hat{C}_1$; (B) $\hat{B}_1 > \hat{C}_1 > \hat{A}_1$;
- (C) $\hat{C}_1 > \hat{A}_1 > \hat{B}_1$; (D) $\hat{C}_1 > \hat{B}_1 > \hat{A}_1$.
- 1.3. So sánh các cạnh của một tam giác cân, biết rằng nó có một góc ngoài bằng 40° .
- 1.4. Cho tam giác ABC với $AB \leq AC$. Trên cạnh BC lấy một điểm M bất kì khác B và C. Chứng minh rằng $AM < AC$.

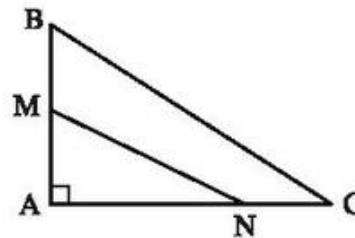
- 1.5. Cho tam giác ABC với $AB \leq BC \leq CA$. Trên các cạnh BC và AC lần lượt lấy hai điểm M và N (khác A, B, C). Chứng minh rằng $MN < AC$.
- 1.6. Cho tam giác ABC có góc A tù. Trên cạnh AB lấy điểm D (khác A và B), trên cạnh AC lấy điểm E (khác A và C). Chứng minh rằng $DE < BC$.

§2. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu

11. Cho hình 1. So sánh các độ dài AB, AC, AD, AE.

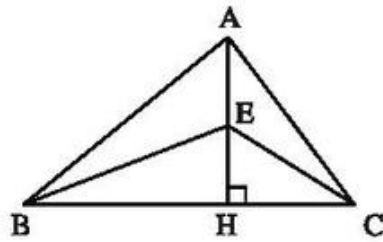


Hình 1

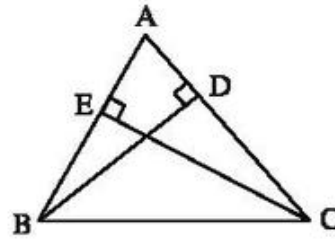


Hình 2

12. Cho hình 2. Chứng minh rằng $MN < BC$.
13. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 10\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Vẽ cung tròn tâm A có bán kính 9cm . Cung đó có cắt đường thẳng BC hay không, có cắt cạnh BC hay không? Vì sao?
14. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa A và C (BD không vuông góc với AC). Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BD. So sánh AC với tổng $AE + CF$.
15. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của AC. Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BM. Chứng minh rằng $AB < \frac{BE + BF}{2}$.
16. Cho tam giác ABC cân tại A, điểm D nằm giữa B và C. Chứng minh rằng độ dài AD nhỏ hơn cạnh bên của tam giác ABC.
17. Cho hình 3 trong đó $AB > AC$. Chứng minh rằng $EB > EC$.



Hình 3



Hình 4

18. Cho hình 4. Chứng minh rằng

$$BD + CE < AB + AC.$$

2.1. Cho đường thẳng d và điểm A không thuộc d . Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai ?

- (A) Có duy nhất một đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d .
- (B) Có duy nhất một đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d .
- (C) Có vô số đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d .
- (D) Có vô số đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d .

Hãy vẽ hình minh họa cho các khẳng định đúng.

2.2. Qua điểm A không thuộc đường thẳng d , kẻ đường vuông góc AH và các đường xiên AB, AC đến đường thẳng d (H, B, C đều thuộc d). Biết rằng $HB < HC$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

- (A) $AB > AC$;
- (B) $AB = AC$;
- (C) $AB < AC$;
- (D) $AH > AB$.

2.3. a) Hai tam giác $ABC, A'B'C'$ vuông tại A và A' có $AB = A'B', AC > A'C'$. Không sử dụng định lý Py-ta-go, chứng minh rằng $BC > B'C'$.

b) Hai tam giác $ABC, A'B'C'$ vuông tại A và A' có $AB = A'B', BC > B'C'$. Không sử dụng định lý Py-ta-go, chứng minh rằng $AC > A'C'$.

2.4. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi BD là đường phân giác của góc B ($D \in AC$). Chứng minh rằng $BD < BC$.

2.5. Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng xy .

a) Tìm trên đường thẳng xy hai điểm M, N sao cho hai đường xiên AM và AN bằng nhau.

b) Lấy một điểm D trên đường thẳng xy . Chứng minh rằng :

- Nếu D ở giữa M và N thì $AD < AM$;
- Nếu D không thuộc đoạn thẳng MN thì $AD > AM$.

2.6. Cho điểm P nằm ngoài đường thẳng d .

a) Hãy nêu cách vẽ hai đường xiên PQ, PR sao cho $PQ = PR$ và $\widehat{QPR} = 60^\circ$.

b) Trong hình dựng được ở câu a), cho $PQ = 18\text{cm}$. Tính độ dài hình chiếu của hai đường xiên PQ, PR trên d .

§3. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác

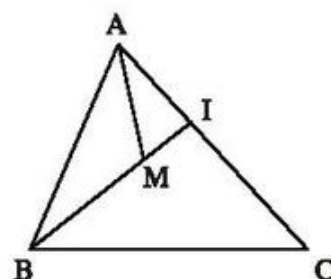
19. Có thể có tam giác nào mà độ dài ba cạnh như sau không :

- 5cm ; 10cm ; 12cm ?
- 1m ; 2m ; 3,3m ?
- 1,2m ; 1m ; 2,2m ?

20. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 1\text{cm}$.
Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

21. Cho hình 5. Chứng minh rằng

$$MA + MB < IA + IB < CA + CB.$$



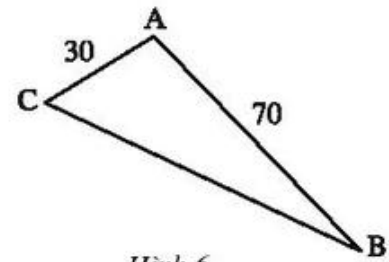
Hình 5

22. Tính chu vi của một tam giác cân có hai cạnh bằng 4m và 9m.

23. Cho tam giác ABC trong đó BC là cạnh lớn nhất.

- Vì sao các góc B và C không thể là góc vuông hoặc góc tù ?
- Gọi AH là đường vuông góc kẻ từ A đến BC . So sánh $AB + AC$ với $BH + CH$ rồi chứng minh rằng $AB + AC > BC$.

24. Cho hai điểm A và B nằm về hai phía của đường thẳng d. Tìm điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tổng AC + CB là nhỏ nhất.



Hình 6

25. Ba thành phố A, B, C trên bản đồ là ba đỉnh của một tam giác, trong đó AC = 30km, AB = 70km.

a) Nếu đặt ở C máy phát sóng truyền thanh có bán kính hoạt động bằng 40km thì thành phố B có nhận được tín hiệu không? Vì sao?

b) Cũng hỏi như trên với máy phát sóng có bán kính hoạt động bằng 100km.

26. Cho tam giác ABC, điểm D nằm giữa B và C.

Chứng minh rằng AD nhỏ hơn nửa chu vi tam giác ABC.

27. Cho điểm M nằm trong tam giác ABC. Chứng minh rằng tổng MA + MB + MC lớn hơn nửa chu vi tam giác ABC.

28. Tính chu vi của một tam giác cân biết độ dài hai cạnh của nó bằng 3dm và 5dm.

29. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 7cm và 2cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của nó theo xentimét là một số tự nhiên lẻ.

30*. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng $AM < \frac{AB + AC}{2}$.

3.1. Bộ ba nào sau đây không thể là số đo ba cạnh của một tam giác?

(A) 1cm, 2cm, 2,5cm ; (B) 3cm ; 4cm, 6cm ;

(C) 6cm, 7cm, 13cm ; (D) 6cm, 7cm, 12cm.

3.2. Độ dài hai cạnh của một tam giác là 2cm và 10cm. Trong các số đo sau đây, số đo nào là độ dài cạnh thứ ba của tam giác đó?

(A) 6cm ; (B) 7cm ; (C) 8cm ; (D) 9cm.

3.3. Có hay không tam giác với độ dài các cạnh là

a) 1m ; 2m và 3m ?

b) 1,2dm ; 1dm và 2,4dm ?

3.4. Hãy tìm cạnh của tam giác cân, nếu hai cạnh của nó bằng

- a) 7cm và 3cm ;
- b) 8cm và 2cm ;
- c) 10cm và 5cm.

- 3.5. Chứng minh rằng trong một đường tròn, đường kính là dây lớn nhất.
- 3.6. Chứng minh "bất đẳng thức tam giác mở rộng" : Với ba điểm A, B, C bất kì, ta có

$$AB + AC \geq BC.$$

- 3.7. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm cùng một phía của d và AB không song song với d. Một điểm M di động trên d. Tìm vị trí của M sao cho $|MA - MB|$ là lớn nhất.

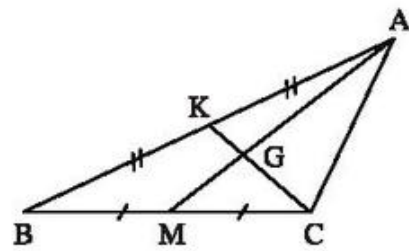
§4. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

31. Cho hình 7. Điền vào chỗ trống :

$$GK = \dots CK ; AG = \dots GM ; GK = \dots CG ;$$

$$AM = \dots AG ; AM = \dots GM.$$

32. Chứng minh rằng nếu một tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.



Hình 7

33. Tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 34\text{cm}$, $BC = 32\text{cm}$. Kẻ đường trung tuyến AM.
- a) Chứng minh rằng $AM \perp BC$.
 - b) Tính độ dài AM.
34. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Vẽ điểm D sao cho G là trung điểm của AD. Chứng minh rằng :
- a) Các cạnh của tam giác BGD bằng $\frac{2}{3}$ các đường trung tuyến của tam giác ABC
 - b) Các đường trung tuyến của tam giác BGD bằng một nửa các cạnh của tam giác ABC.
35. Tam giác ABC có $BC = 10\text{cm}$, các đường trung tuyến BD và CE. Chứng minh rằng $BD + CE > 15\text{cm}$.

36. Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BA$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = \frac{1}{3}BC$. Gọi K là giao điểm của AE và CD. Chứng minh rằng $DK = KC$.
- 37*. Theo kết quả của bài 64 chương II, phần Hình học, SBT Toán 7 tập một ta có : Đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của một tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.
- Vận dụng kết quả trên để giải bài toán sau : Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AD. Kẻ đường trung tuyến BE cắt AD ở G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GA, GB. Chứng minh rằng :
- $IK \parallel DE, IK = DE$.
 - $AG = \frac{2}{3}AD$.
- 38*. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.
- Tính số đo góc ABD.
 - Chứng minh : $\triangle ABC = \triangle BAD$.
 - So sánh độ dài AM và BC.
- 39*. Tam giác ABC có đường trung tuyến AM bằng nửa cạnh BC. Chứng minh rằng $\widehat{BAC} = 90^\circ$.
- 4.1. Cho tam giác ABC. Trên đường trung tuyến AM của tam giác đó, lấy hai điểm D, E sao cho $AD = DE = EM$. Gọi O là trung điểm của đoạn thẳng DE. Khi đó trọng tâm của tam giác ABC là :
- điểm D ;
 - điểm E ;
 - điểm O ;
 - cả (A), (B), (C) đều sai.
- Hãy chọn phương án đúng.
- 4.2. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AD. Gọi G là điểm nằm giữa A và D sao cho $\frac{AG}{AD} = \frac{2}{3}$. Tia BG cắt AC tại E, tia CG cắt AB tại F. Khẳng định nào sau đây sai ?
- $\frac{BG}{EG} = 2$;
 - $\frac{FG}{CG} = \frac{2}{3}$;
 - E là trung điểm của cạnh AC ;
 - F là trung điểm của cạnh AB.

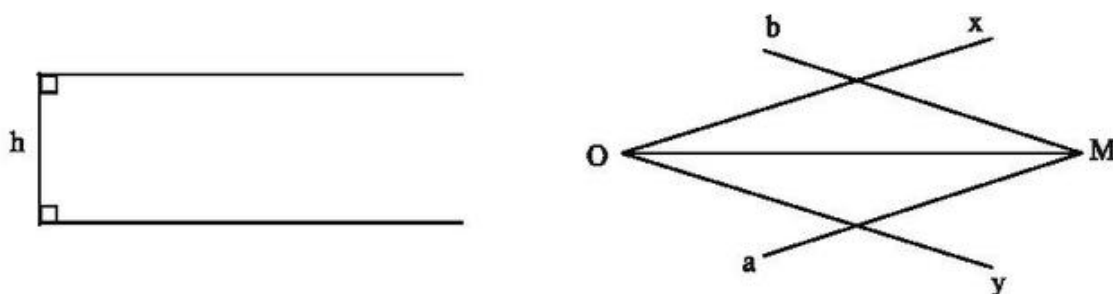
- 4.3. Hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn. Gọi E và F theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AD và BD. Các đoạn thẳng CE và CF lần lượt cắt đoạn thẳng AB tại I, J. Chứng minh rằng :

$$AI = IJ = JB.$$

- 4.4. Trong tam giác ABC, hai đường trung tuyến AA_1 và BB_1 cắt nhau tại điểm O. Hãy tính diện tích tam giác ABC nếu diện tích tam giác ABO bằng 5cm^2 .
- 4.5. Chứng minh rằng các trung tuyến của một tam giác phân chia tam giác đó thành 6 tam giác mà diện tích của chúng (đôi một) bằng nhau.
- 4.6. Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AD. Trên tia AD lấy điểm E sao cho $AD = DE$, trên tia BC lấy điểm M sao cho $BC = CM$.
- Tìm trọng tâm của tam giác AEM.
 - So sánh các cạnh của tam giác ABC với các đường trung tuyến của tam giác AEM.
 - So sánh các đường trung tuyến của tam giác ABC với các cạnh của tam giác AEM.

§5. Tính chất tia phân giác của một góc

40. Hình 8 là thước có khoảng cách giữa hai lề song song với nhau bằng h. Để vẽ tia phân giác của góc xOy , ta áp một lề của thước vào cạnh Ox rồi kẻ đường thẳng a theo lề kia, sau đó làm tương tự với cạnh Oy ta kẻ được đường thẳng b. Vì sao giao điểm M của a và b nằm trên tia phân giác của góc xOy ?



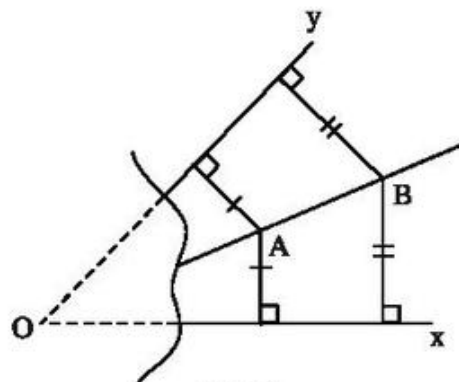
Hình 8

41. Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng hai đường phân giác của hai góc ngoài tại B và C và đường phân giác trong của góc A cùng đi qua một điểm.

42. Cho tam giác nhọn ABC. Tìm điểm D thuộc trung tuyến AM sao cho D cách đều hai cạnh của góc B.

43. Cho hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại O. Tìm tập hợp các điểm cách đều hai đường thẳng AB và CD.

44. Để vẽ đường phân giác của góc xOy có đỉnh O nằm ngoài tờ giấy, bạn Minh đã vẽ các điểm A, B như trên hình 9. Đường thẳng AB có là đường phân giác của góc xOy hay không? Vì sao?



Hình 9

5.1. Cho góc xOy bằng 60° , điểm M nằm trong góc đó và cùng cách Ox, Oy một khoảng bằng 2cm. Khi đó đoạn thẳng OM bằng

- (A) 2cm ; (B) 3cm ; (C) 4cm ; (D) 5cm.

Hãy chọn phương án đúng.

5.2. Cho điểm A nằm trong góc vuông xOy. Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ A đến Ox, Oy. Biết $AM = AN = 3\text{cm}$. Khi đó

- (A) $OM = ON > 3\text{cm}$; (B) $OM = ON < 3\text{cm}$;
 (C) $OM = ON = 3\text{cm}$; (D) $OM \neq ON$.

Hãy chọn phương án đúng.

5.3. Cho góc đỉnh O khác góc bẹt.

a) Từ một điểm M trên tia phân giác của góc O, kẻ các đường vuông góc MA, MB đến hai cạnh của góc này. Chứng minh rằng $AB \perp OM$.

b) Trên hai cạnh của góc O lấy hai điểm C và D, sao cho $OC = OD$. Hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai cạnh của góc O tại C và D cắt nhau ở E. Chứng minh OE là tia phân giác của góc O.

5.4. Cho tam giác cân ABC, $AB = AC$. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm P, Q sao cho $AP = AQ$. Hai đoạn thẳng CP, BQ cắt nhau tại O. Chứng minh rằng :

- a) Tam giác OBC là tam giác cân.
 b) Điểm O cách đều hai cạnh AB, AC.
 c) AO đi qua trung điểm của đoạn thẳng BC và vuông góc với nó.

5.5. Cho hai đường thẳng song song a, b và một cát tuyến c . Hai tia phân giác của một cặp góc trong cùng phía cắt nhau tại I . Chứng minh rằng I cách đều ba đường thẳng a, b, c .

§6. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

45. Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi G là trọng tâm của tam giác, gọi I là giao điểm các đường phân giác của tam giác. Chứng minh rằng ba điểm A, G, I thẳng hàng.

46. Cho tam giác ABC . Hãy tìm một điểm sao cho khoảng cách từ điểm đó đến mỗi đường thẳng AB, BC, CA là bằng nhau, đồng thời khoảng cách này là ngắn nhất.

47. Tam giác ABC có đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác. Chứng minh rằng tam giác đó là tam giác cân.

48. Cho tam giác ABC cân tại A . Các đường phân giác BD, CE cắt nhau ở K . Chứng minh rằng AK đi qua trung điểm của BC .

49. Cho tam giác ABC cân tại A, D là trung điểm của BC . Gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ D đến AB và AC . Chứng minh rằng $DE = DF$.

50. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 70^\circ$, các đường phân giác BD, CE cắt nhau ở I . Tính \widehat{BIC} .

51. Tính góc A của tam giác ABC biết rằng các đường phân giác BD, CE cắt nhau tại I trong đó góc BIC bằng :

a) 120° ;

b) $\alpha \quad (\alpha > 90^\circ)$.

52. Cho tam giác ABC . Các tia phân giác các góc A và C cắt nhau ở I . Các đường phân giác các góc ngoài tại đỉnh A và C cắt nhau ở K . Chứng minh rằng ba điểm B, I, K thẳng hàng.

53*. Cho tam giác ABC vuông tại A . Các tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở I . Gọi D và E là chân các đường vuông góc kẻ từ I đến AB và AC .

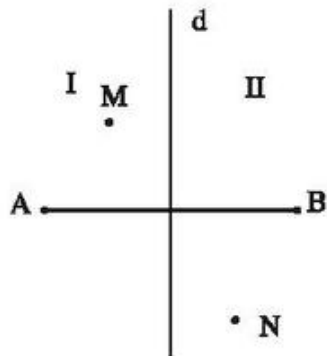
a) Chứng minh rằng $AD = AE$.

b) Tính các độ dài AD, AE biết rằng $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}$.

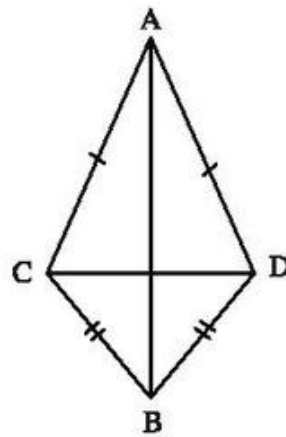
- 6.1.** Cho tam giác ABC. Trên tia phân giác của góc B, lấy điểm O nằm trong tam giác ABC sao cho O cách đều hai cạnh AB, AC. Khẳng định nào sau đây sai ?
- (A) Điểm O nằm trên tia phân giác của góc A.
 (B) Điểm O không nằm trên tia phân giác của góc C.
 (C) Điểm O cách đều AB, BC.
 (D) Điểm O cách đều AB, AC, BC.
- 6.2.** Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$. Hai đường phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Khi đó góc BOC bằng
- (A) 85° ; (B) 90° ; (C) 135° ; (D) 150° .
- Hãy chọn phương án đúng.
- 6.3.** Cho tam giác ABC. Gọi I là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác đó. Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại E và F. Chứng minh $EF = BE + CF$.
- 6.4.** Hai đường phân giác AA_1 và BB_1 của tam giác ABC cắt nhau tại M. Hãy tìm các góc ACM, BCM nếu
- a) $\widehat{AMB} = 136^\circ$; b) $\widehat{AMB} = 111^\circ$.

§7. Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng

- 54.** Cho ba tam giác cân ABC, DBC, EBC chung đáy BC. Chứng minh rằng ba điểm A, D, E thẳng hàng.
- 55.** Cho hai điểm D, E nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BC. Chứng minh rằng $\triangle BDE = \triangle CDE$.
- 56.** Cho đường thẳng d và hai điểm A, B thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ d. Tìm một điểm C nằm trên d sao cho C cách đều A và B.
- 57.** Đường trung trực d của đoạn thẳng AB chia mặt phẳng thành hai phần I và II như trên hình 10. Cho điểm M thuộc phần I và điểm N thuộc phần II. Chứng minh rằng :
- a) $MA < MB$;
 b) $NA > NB$.



Hình 10



Hình 11

58. Cho hình 11. Chứng minh rằng AB vuông góc với CD .
59. Cho hai điểm A, B và một đường thẳng d . Vẽ đường tròn tâm O đi qua hai điểm A, B sao cho O nằm trên đường thẳng d .
60. Cho đoạn thẳng AB . Tìm tập hợp các điểm C sao cho tam giác ABC là tam giác cân có đáy là AB .
61. Cho góc xOy bằng 60° , điểm A nằm trong góc xOy . Vẽ điểm B sao cho Ox là đường trung trực của AB . Vẽ điểm C sao cho Oy là đường trung trực của AC .

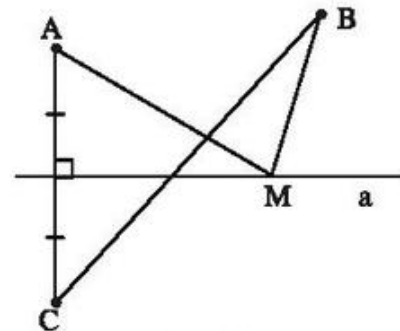
a) Chứng minh rằng $OB = OC$.

b) Tính số đo góc BOC .

62. Cho hình 12, M là một điểm tùy ý nằm trên đường thẳng a . Vẽ điểm C sao cho a là đường trung trực của AC .

a) Hãy so sánh $MA + MB$ với BC .

b) Tìm vị trí của điểm M trên đường thẳng a để $MA + MB$ là nhỏ nhất.



Hình 12

63. Hai nhà máy được xây dựng tại hai địa điểm A và B nằm về một phía của khúc sông thẳng. Tìm trên bờ sông một địa điểm C để xây một trạm bơm sao cho tổng chiều dài đường ống dẫn nước từ C đến A và đến B là nhỏ nhất.

- 7.1. Trên đường trung trực của đoạn thẳng AB , lấy hai điểm phân biệt M, N . Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng ?

(A) $\widehat{AMN} \neq \widehat{BMN}$;

(B) $\widehat{MAN} \neq \widehat{MBN}$;

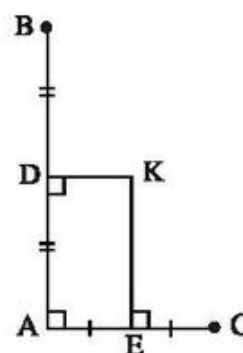
(C) $\widehat{MNA} \neq \widehat{MNB}$;

(D) $\triangle AMN = \triangle BMN$.

- 7.2. Cho hai tam giác cân chung đáy ABC và ABD, trong đó ABC là tam giác đều. Gọi E là trung điểm của AB. Khi đó, khẳng định nào sau đây sai ?
- (A) Đường thẳng CD là đường trung trực của AB.
 (B) Điểm E không nằm trên đường thẳng CD.
 (C) Đường trung trực của AC đi qua B.
 (D) Đường trung trực của BC đi qua A.
- 7.3. Đường trung trực của cạnh BC trong tam giác ABC cắt cạnh AC tại D. Hãy tìm :
- a) AD và CD nếu $BD = 5\text{cm}$; $AC = 8\text{cm}$;
 b) AC nếu $BD = 11,4\text{cm}$; $AD = 3,2\text{cm}$.
- 7.4. Trong tam giác ABC, hai đường trung trực của hai cạnh AB và AC cắt nhau tại điểm D nằm trên cạnh BC. Chứng minh rằng :
- a) D là trung điểm của cạnh BC.
 b) $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$.
- 7.5. Chứng minh rằng nếu trong tam giác ABC có hai cạnh AB và AC không bằng nhau thì đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A không vuông góc với BC.
- 7.6. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm về một phía của d sao cho AB không vuông góc với d. Hãy tìm trên d một điểm M sao cho $|MA - MB|$ có giá trị nhỏ nhất.

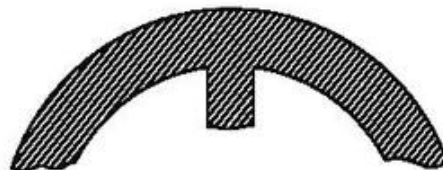
§8. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

64. Cho tam giác ABC. Tìm một điểm O cách đều ba điểm A, B, C.
65. Cho hình 13. Chứng minh rằng ba điểm B, K, C thẳng hàng.
66. Dựa vào kết quả của bài 65, hãy chứng minh rằng :
- a) Các đường trung trực của tam giác vuông đi qua trung điểm của cạnh huyền
 b) Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng một nửa cạnh huyền



Hình 13

67. Có một chi tiết máy (mà đường viền ngoài là đường tròn) bị gãy (h.14). Hãy nêu cách xác định tâm của đường viền.
68. Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung tuyến AM. Đường trung trực của AC cắt đường thẳng AM ở D. Chứng minh rằng $DA = DB$.

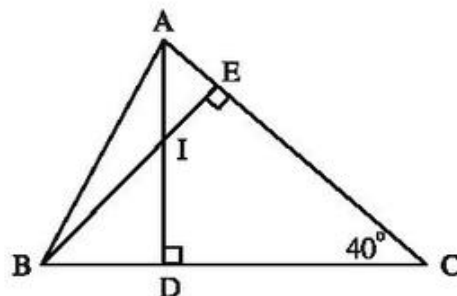


Hình 14

69. Cho tam giác ABC có \widehat{A} là góc tù. Các đường trung trực của AB và của AC cắt nhau ở O và cắt BC theo thứ tự ở D và E.
- a) Các tam giác ABD, ACE là tam giác gì ?
b) Đường tròn tâm O bán kính OA đi qua những điểm nào trong hình vẽ ?
- 8.1. Cho tam giác cân (không đều) ABC có $AB = AC$. Hai đường trung trực của hai cạnh AB, AC cắt nhau tại O. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng ?
(A) $OA > OB$; (B) $\widehat{AOB} > \widehat{AOC}$;
(C) $OA \perp BC$; (D) O cách đều ba cạnh của tam giác ABC.
- 8.2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của ba cạnh AB, AC, BC. Gọi O là giao điểm của ba đường phân giác. Khi đó, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm :
(A) O ; (B) P ; (C) Q ; (D) R.
Hãy chọn phương án đúng.
- 8.3. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 100^\circ$. Các đường trung trực của AB và AC lần lượt cắt BC ở E và F. Tính \widehat{EAF} .
- 8.4. Cho tam giác ABC có góc A là góc tù. Các đường trung trực của AB ; AC cắt nhau tại O và lần lượt cắt BC tại M, N. Chứng minh rằng AO là tia phân giác của góc MAN.

§9. Tính chất ba đường cao của tam giác

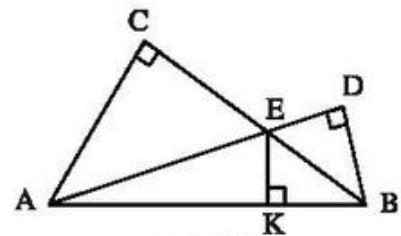
70. Cho tam giác ABC vuông tại B. Điểm nào là trực tâm của tam giác đó ?
71. Cho hình 15.
a) Chứng minh : $CI \perp AB$.
b) Cho $\widehat{ACB} = 40^\circ$. Tính \widehat{BID} , \widehat{DIE} .



Hình 15

72. Cho H là trực tâm của tam giác ABC không vuông. Tìm trực tâm của các tam giác HAB, HAC, HBC.
73. Tam giác ABC có các đường cao BD và CE bằng nhau. Chứng minh rằng tam giác đó là tam giác cân.

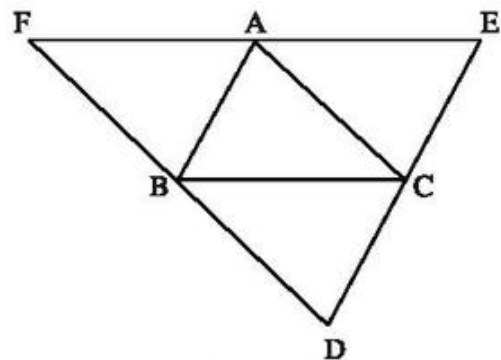
74. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tìm trực tâm của các tam giác ABC, AHB, AHC.



Hình 16

75. Cho hình 16. Có thể khẳng định rằng các đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm hay không? Vì sao?
76. Cho tam giác ABC cân tại A, đường trung tuyến AM. Qua A kẻ đường thẳng d vuông góc với AM. Chứng minh rằng d song song với BC.
77. Cho tam giác ABC cân tại A. Vẽ điểm D sao cho A là trung điểm của BD. Kẻ đường cao AE của ΔABC , đường cao AF của ΔACD . Chứng minh rằng $\widehat{EAF} = 90^\circ$.
78. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao CH cắt tia phân giác của góc A tại D. Chứng minh rằng BD vuông góc với AC.
79. Tam giác ABC có $AB = AC = 13\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Tính độ dài đường trung tuyến AM.
80. Cho tam giác ABC có \widehat{B} , \widehat{C} là các góc nhọn, $AC > AB$. Kẻ đường cao AH. Chứng minh rằng $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$.

- 81*. Cho tam giác ABC. Qua mỗi đỉnh A, B, C kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện, chúng cắt nhau tạo thành tam giác DEF (h.17).



Hình 17

- a) Chứng minh rằng A là trung điểm của EF.
- b) Các đường cao của tam giác ABC là các đường trung trực của tam giác nào?

Bài tập bổ sung

- 9.1. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau :

- (A) Trực tâm của một tam giác bao giờ cũng nằm trong tam giác.
- (B) Trực tâm của một tam giác bao giờ cũng nằm ngoài tam giác.

(C) Trục tâm của một tam giác bao giờ cũng trùng với một đỉnh của tam giác.

(D) Cả ba khẳng định trên đều sai.

9.2. Cho tam giác ABC không là tam giác cân. Khi đó trục tâm của tam giác ABC là giao điểm của :

(A) Ba đường trung tuyến ;

(B) Ba đường phân giác ;

(C) Ba đường trung trực ;

(D) Ba đường cao.

Hãy chọn phương án đúng.

9.3. Cho tam giác ABC có hai đường cao AH, BK cắt nhau tại điểm M. Hãy tính góc AMB biết $\widehat{A} = 55^\circ$, $\widehat{B} = 67^\circ$.

9.4. Cho tam giác nhọn ABC cân tại đỉnh A. Hai đường cao xuất phát từ đỉnh B và đỉnh C cắt nhau tại M. Hãy tìm các góc của tam giác ABC, biết $\widehat{BMC} = 140^\circ$.

9.5. Chứng minh rằng trong một tam giác, tia phân giác của một góc trong và hai tia phân giác của hai góc ngoài không kề với nó đồng quy tại một điểm, điểm đó cách đều ba đường thẳng chứa ba cạnh của tam giác.

9.6. Cho tam giác ABC. Hai đường phân giác của các cặp góc ngoài đỉnh B và C, đỉnh C và A, đỉnh A và B lần lượt cắt nhau tại A', B', C'. Chứng minh rằng AA', BB', CC' là các đường cao của tam giác A'B'C'. Từ đó suy ra giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC là trục tâm của tam giác A'B'C'.

Bài tập ôn chương III

82. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M sao cho $BM = BA$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $CN = CA$.

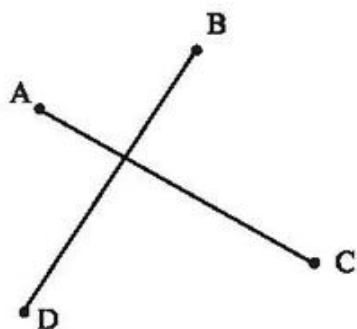
a) Hãy so sánh các góc AMB và ANC.

b) Hãy so sánh các độ dài AM và AN.

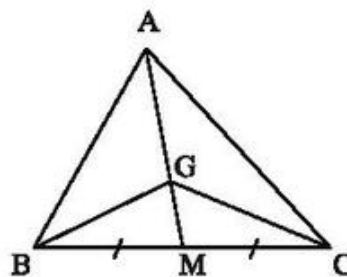
83. Cho tam giác ABC có $AB < AC$, đường cao AH. Chứng minh rằng : $HB < HC$, $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$ (Xét hai trường hợp : \widehat{B} nhọn và \widehat{B} tù).

84. Có thể vẽ được mấy tam giác (phân biệt) với ba cạnh là ba trong năm đoạn thẳng có độ dài 1cm, 2cm, 3cm, 4cm, 5cm.

85. Cho bốn điểm A, B, C, D như trên hình 18. Hãy tìm một điểm M sao cho tổng $MA + MB + MC + MD$ là nhỏ nhất.

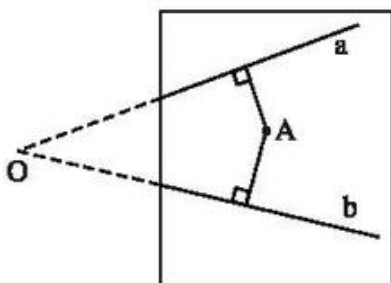


Hình 18

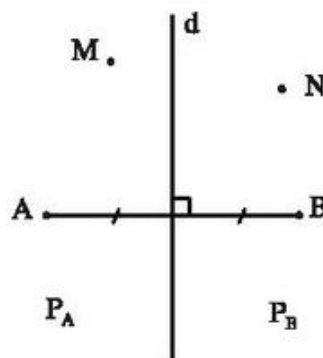


Hình 19

86. Cho hình 19 trong đó G là trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng :
- $S_{AGC} = 2S_{GMC}$;
 - $S_{GMB} = S_{GMC}$;
 - $S_{AGB} = S_{AGC} = S_{BGC}$.
87. Cho góc xOy khác góc bẹt, điểm A thuộc cạnh Ox, điểm B thuộc cạnh Oy.
- Hãy tìm điểm M nằm trong góc xOy, cách đều Ox, Oy và cách đều A, B.
 - Nếu $OA = OB$ thì có bao nhiêu điểm M thỏa mãn các điều kiện trong câu a) ?
88. Cho góc xOy khác góc bẹt. Dùng một chiếc thước thẳng có chia khoảng, hãy nêu cách vẽ tia phân giác của góc xOy.
89. Cho hình 20 trong đó giao điểm O của hai đường thẳng a và b nằm ngoài phạm vi tờ giấy. Chỉ vẽ hình trong phạm vi tờ giấy, hãy vẽ đường thẳng d đi qua A sao cho đường thẳng d cũng đi qua O nếu kéo dài đường thẳng d ra ngoài phạm vi tờ giấy.



Hình 20



Hình 21

- 90.** Đường trung trực d của đoạn thẳng AB chia mặt phẳng thành hai phần (không kể đường thẳng d) : phần chứa điểm A kí hiệu là P_A , phần chứa điểm B kí hiệu là P_B (h. 21).
- Gọi M là một điểm của P_A . Chứng minh rằng $MA < MB$.
 - Gọi N là một điểm của P_B . Chứng minh rằng $NB < NA$.
 - Gọi K là một điểm sao cho $KA < KB$. Hỏi rằng K nằm ở đâu : trong P_A , P_B hay trên d ?
- 91.** Cho tam giác ABC , các đường phân giác của các góc ngoài tại B và C cắt nhau ở E . Gọi G, H, K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ E đến các đường thẳng BC, AB, AC .
- Có nhận xét gì về các độ dài EH, EG, EK ?
 - Chứng minh AE là tia phân giác của góc BAC .
 - Đường phân giác của góc ngoài tại A của tam giác ABC cắt các đường thẳng BE, CE tại D, F . Chứng minh rằng EA vuông góc với DF .
 - Các đường thẳng AE, BF, CD là các đường gì trong tam giác ABC ?
 - Các đường thẳng EA, FB, DC là các đường gì trong tam giác DEF ?
- III.1.** Chứng minh rằng trong một tam giác, đường cao không lớn hơn đường trung tuyến xuất phát từ cùng một đỉnh.
- III.2.** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến AD, BE vuông góc với nhau. Chứng minh rằng $BC < 2AC$.
- III.3.** Ba đường phân giác AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại O . Kẻ đường vuông góc OG đến BC . Chứng minh rằng $\widehat{BOG} = \widehat{COD}$.
- III.4.** Cho tam giác ABC cân tại B có $\widehat{B} = 112^\circ$. Kẻ đường cao AH và đường phân giác AD của tam giác đó. Tính các góc của tam giác AHD .
- III.5.** Cho tam giác ABC cân tại C . Kẻ các đường cao AA_1 và BB_1 của tam giác đó. Hai đường cao này cắt nhau tại M . Chứng minh rằng đường thẳng MC là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

III.6. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 130^\circ$. Gọi C', B' là các điểm sao cho AB là đường trung trực của CC' và AC là đường trung trực của BB'. Hai đường thẳng CB' và BC' cắt nhau tại A'. Hãy tìm bên trong tam giác A'BC điểm cách đều ba cạnh của tam giác đó.

III.7. Dựng các hình vuông ABDE và ACFG bên ngoài tam giác nhọn ABC cho trước.

a) Gọi H là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $AH \perp BC$. Gọi I, J là các điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $EI \perp AH$ và $GJ \perp AH$. Chứng minh

$$\triangle ABH = \triangle EAI, \triangle ACH = \triangle GAJ.$$

Từ đó suy ra đường thẳng AH cắt EG tại trung điểm K của EG (tức là AK là trung tuyến của tam giác AEG).

b) Gọi L là điểm thuộc đường thẳng AK sao cho K là trung điểm của AL. Chứng minh $AL = BC$.

c) Chứng minh $\triangle ABL = \triangle BDC$. Từ đó suy ra CD là một đường cao của tam giác BCL.

d) Chứng minh rằng các đường thẳng AH, BF, CD đồng quy.

III.8. Cho tam giác ABC.

a) Qua trung điểm D của cạnh BC, kẻ đường thẳng song song với AB, nó cắt cạnh AC tại E. Qua E, kẻ đường thẳng song song với BC, nó cắt AB tại F. Chứng minh $\triangle CDE = \triangle EFA$. Từ đó suy ra E là trung điểm của cạnh AC.

b) Chứng minh rằng đường thẳng đi qua các trung điểm hai cạnh của một tam giác thì song song với cạnh thứ ba của tam giác đó.

c) Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trực tâm của tam giác có ba đỉnh là trung điểm ba cạnh của tam giác ABC.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

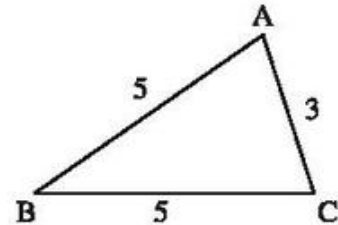
§1. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác

1. (h. 22) $AB = BC \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại B

$$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{A}.$$

$BC > AC \Rightarrow \widehat{A} > \widehat{B}$ (quan hệ giữa cạnh và góc đối diện).

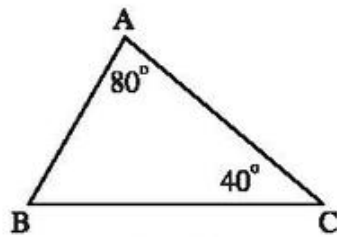
Vậy $\widehat{C} = \widehat{A} > \widehat{B}$.



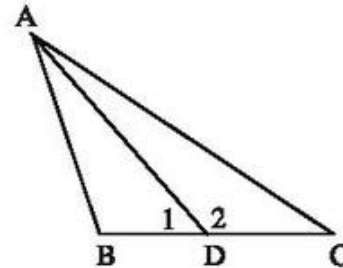
Hình 22

2. (h. 23) $\widehat{B} = 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ = 60^\circ$.

$\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C} \Rightarrow BC > AC > AB$ (quan hệ giữa cạnh và góc đối diện).



Hình 23



Hình 24

3. (h. 24) Xét ΔABD : $\widehat{B} > \widehat{D}_1$ (vì $\widehat{B} > 90^\circ$) nên $AD > AB$.

Ta có: $\widehat{D}_2 > \widehat{B}$ (vì \widehat{D}_2 là góc ngoài của ΔABD) nên $\widehat{D}_2 > \widehat{B} > 90^\circ$.

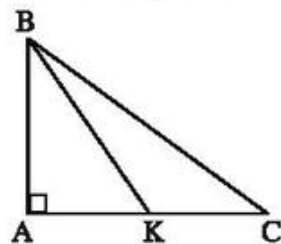
Xét ΔADC : $\widehat{D}_2 > \widehat{C}$ (vì $\widehat{D}_2 > 90^\circ$) nên $AC > AD$.

Vậy $AB < AD < AC$.

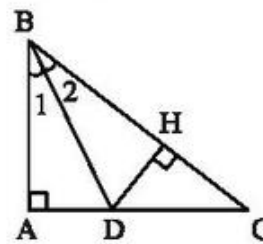
4. Câu 1, 2, 3 đúng. Câu 4 sai.

5. (h. 25) $\widehat{BKC} > \widehat{A} = 90^\circ$.

ΔBKC có $\widehat{BKC} > \widehat{C}$ (vì $\widehat{BKC} > 90^\circ$) nên $BC > BK$.



Hình 25



Hình 26

6. (h. 26) Kẻ $DH \perp BC$.

$\Delta ABD = \Delta HBD$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow AD = DH$.

ΔDHC vuông tại $H \Rightarrow DH < DC$ (cạnh góc vuông nhỏ hơn cạnh huyền).

Suy ra $AD < DC$.

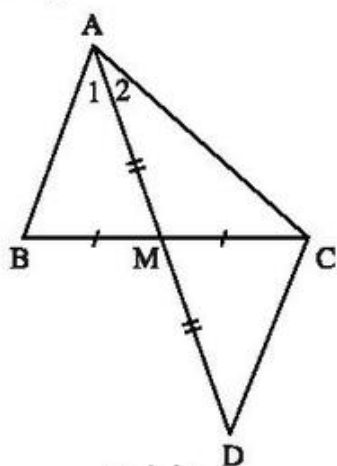
7. (h. 27) Vẽ điểm D sao cho M là trung điểm của AD .

$\Delta AMB = \Delta DMC$ (c.g.c) nên $AB = CD$, $\hat{A}_1 = \hat{D}$.

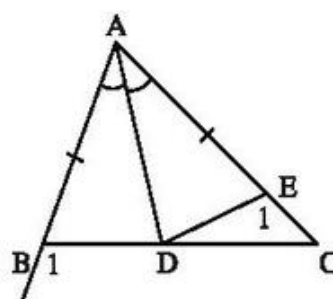
Ta có $AC > AB$, $AB = CD$ nên $AC > CD$.

ΔACD có $AC > CD$ nên $\hat{D} > \hat{A}_2$.

Vậy $\hat{A}_1 > \hat{A}_2$.



Hình 27



Hình 28

8. (h. 28) Trên AC lấy E sao cho $AE = AB$.

$\Delta ADE = \Delta ADB$ (c.g.c) $\Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{B}_1$. Ta lại có $\hat{B}_1 > \hat{C}$ (góc ngoài ΔABC) nên $\hat{E}_1 > \hat{C}$.

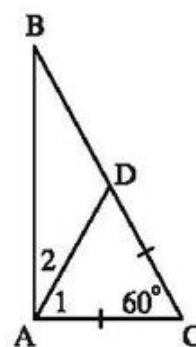
ΔDEC có $\hat{E}_1 > \hat{C}$ nên $DC > DE$.

Do $BD = DE$ nên $BD < DC$.

9. (h. 29) Xét ΔABC vuông tại A có $\hat{B} = 30^\circ$.

Cần chứng minh $AC = \frac{1}{2}BC$.

Trên CB lấy D sao cho $CD = CA$. ΔACD cân có $\hat{C} = 60^\circ$ nên là tam giác đều. Suy ra $\hat{A}_1 = 60^\circ$, $AD = AC = CD$.



Hình 29

ΔABD có $\widehat{B} = 30^\circ$, $\widehat{A}_2 = 30^\circ$ nên là tam giác cân, suy ra $AD = BD$.

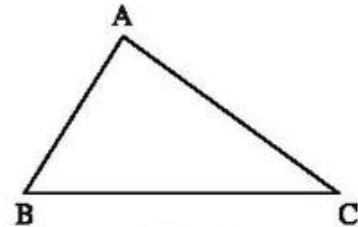
Do đó $AC = \frac{1}{2}BC$.

10. (h. 30) a) Nếu $AC < AB$ thì $\widehat{B} < \widehat{C}$ (góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn). Điều này không xảy ra vì theo đề bài $\widehat{B} > \widehat{C}$.

b) Nếu $AC = AB$ thì ΔABC cân tại A nên $\widehat{B} = \widehat{C}$.

Điều này không xảy ra vì theo đề bài $\widehat{B} > \widehat{C}$.

Từ câu a) và câu b) suy ra : $AC > AB$. Ta đã chứng minh được định lí : "Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn".



Hình 30

Bài tập bổ sung

- 1.1. Do \widehat{A} là góc tù nên \widehat{A} lớn nhất. Vậy có $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$.

Từ đó suy ra $BC > AC > AB$. Chọn (D).

- 1.2. Ta có $\widehat{A}_1 = 180^\circ - \widehat{A}$; $\widehat{B}_1 = 180^\circ - \widehat{B}$; $\widehat{C}_1 = 180^\circ - \widehat{C}$. Theo giả thiết ta có $AB < BC < AC$. Từ đó suy ra $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$. Vậy $\widehat{C}_1 > \widehat{A}_1 > \widehat{B}_1$. Chọn (C).

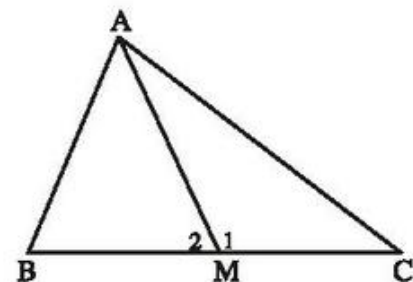
- 1.3. Theo giả thiết, tam giác cân này có một góc ngoài bằng 40° nên nó có một góc trong bằng $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. Góc trong này không thể là góc ở đáy của tam giác cân mà phải là góc ở đỉnh. Vậy cạnh đáy của tam giác cân lớn hơn hai cạnh bên của nó.

- 1.4. (h.bs.1) Ta có $\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 = 180^\circ$ nên chỉ có hai khả năng xảy ra ứng với các vị trí của M trên BC là :

$$\widehat{M}_1 > 90^\circ \text{ hoặc } \widehat{M}_2 \geq 90^\circ.$$

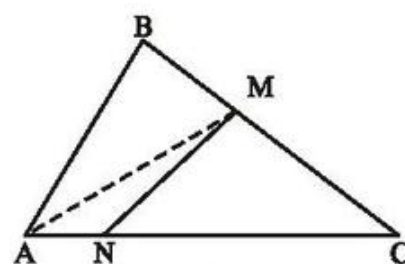
• Nếu $\widehat{M}_1 > 90^\circ$ thì tam giác AMC có góc M_1 tù nên $AM < AC$.

• Nếu $\widehat{M}_2 \geq 90^\circ$ thì trong tam giác ABM có $AM < AB$. Kết hợp với giả thiết $AB < AC$, ta suy ra $AM < AC$. Vậy ta luôn có $AM < AC$.



Hình bs.1

- 1.5. (h.bs.2) Kẻ đoạn thẳng AM. Xét tam giác MAC. Chứng minh tương tự như bài 1.4, ta có $MN < a$, trong đó a là đoạn lớn nhất trong hai đoạn thẳng MA và MC. Nếu ta chứng minh được $MA < AC$ và $MC < AC$ thì sẽ suy ra được $a < AC$, từ đó có $MN < AC$.



Hình bs.2

Trong tam giác ABC có $AB \leq AC$, $M \in BC$ ($M \neq B$, $M \neq C$); Chứng minh tương tự bài 1.4, ta có $AM < AC$. Mặt khác $MC < BC \leq CA$. Vậy $a < AC$, suy ra $MN < AC$.

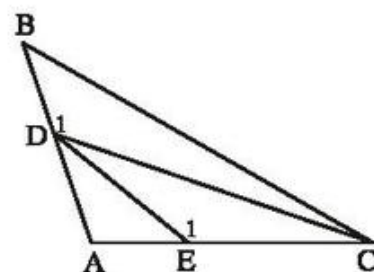
- 1.6. (h.bs.3)

Xét tam giác CDE. Ta có $\widehat{E}_1 > \widehat{A}$, mà \widehat{A} là góc tù nên \widehat{E}_1 là góc tù.

Suy ra $CD > DE$. (1)

Xét tam giác BCD. Ta có $\widehat{D}_1 > \widehat{A}$ nên \widehat{D}_1 là góc tù. Suy ra $BC > CD$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC > DE$.



Hình bs.3

§2. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu

11. (h.31) $AB < AC$ (đường vuông góc ngắn hơn đường xiên).

$BC < BD < BE \Rightarrow AC < AD < AE$ (quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu).

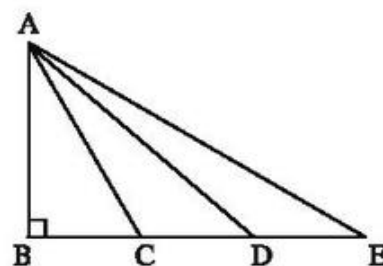
Vậy $AB < AC < AD < AE$.

12. (h. 32) Hình chiếu $AN <$ hình chiếu $AC \Rightarrow$ đường xiên $BN <$ đường xiên BC . (1)

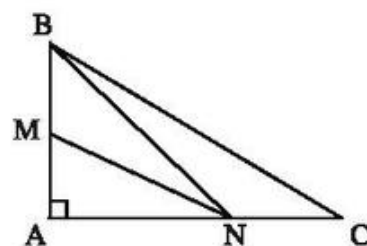
Hình chiếu $AM <$ hình chiếu $AB \Rightarrow$ đường xiên $NM <$ đường xiên NB . (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

$$MN < BN < BC.$$



Hình 31



Hình 32

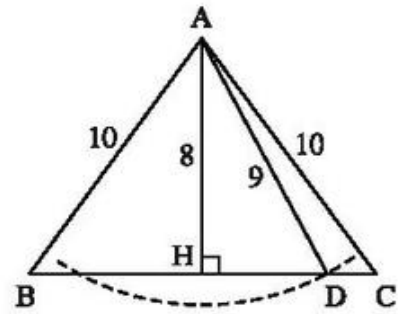
13. (h. 33) Kẻ $AH \perp BC$.

$\Delta AHB = \Delta AHC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)
nên

$$HB = HC = \frac{BC}{2} = 6\text{cm.}$$

Xét ΔAHC vuông tại H. Theo định lí Py-ta-go :

$$\begin{aligned} AH^2 &= AC^2 - HC^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \\ \Rightarrow AH &= 8 \text{ (cm)}. \end{aligned}$$



Hình 33

Do $9\text{cm} > 8\text{cm}$ nên cung tròn tâm A bán kính 9cm cắt đường thẳng BC.

Gọi D là giao điểm của cung đó với đường thẳng BC (giả sử D và C nằm cùng phía với H trên đường thẳng BC).

Đường xiên AD nhỏ hơn đường xiên AC nên hình chiếu HD nhỏ hơn hình chiếu HC. Do đó D nằm giữa H và C. Vậy cung tròn tâm A nói trên cắt cạnh BC.

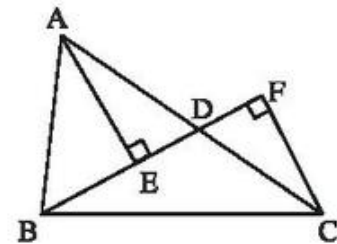
14. (h. 34) Xét ΔADE vuông tại E :

$$AE < AD \quad (1)$$

Xét ΔCDF vuông tại F :

$$CF < CD \quad (2)$$

Từ (1) và (2) : $AE + CF < AD + CD = AC$.



Hình 34

15. (h. 35) ΔABM vuông tại A $\Rightarrow AB < BM$.

$$\text{Do đó :} \quad AB < BE + ME \quad (1)$$

$$\text{và} \quad AB < BF - MF \quad (2)$$

$\Delta MAE = \Delta MCF$ (cạnh huyền – góc nhọn)

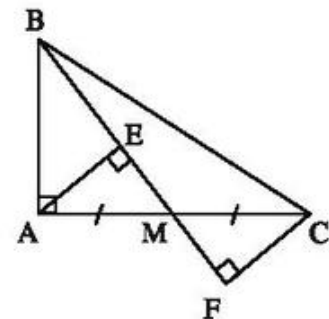
$$\Rightarrow ME = MF. \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra :

$$AB + AB < BE + BF.$$

Do đó

$$2AB < BE + BF \quad \text{nên} \quad AB < \frac{BE + BF}{2}.$$



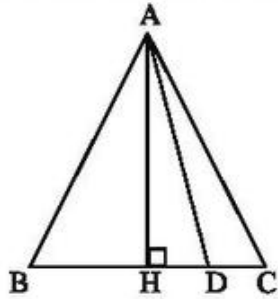
Hình 35

16. (h. 36) Kẻ $AH \perp BC$.

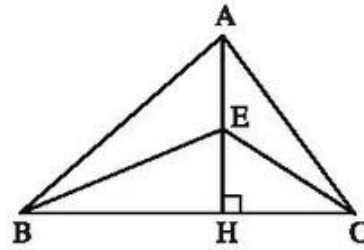
– Nếu D trùng H thì $AD < AC$ vì $AH < AC$ (đường vuông góc nhỏ hơn đường xiên).

– Nếu D không trùng H, giả sử D nằm giữa H và C. Ta có $HD < HC \Rightarrow AD < AC$ (hình chiếu nhỏ hơn thì đường xiên nhỏ hơn).

Vậy AD nhỏ hơn cạnh bên của ΔABC .



Hình 36



Hình 37

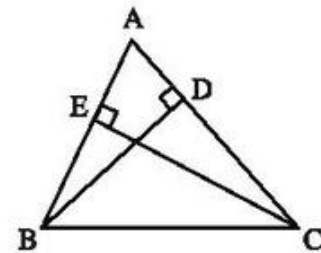
17. (h. 37) $AB > AC \Rightarrow HB > HC$ (đường xiên lớn hơn thì hình chiếu lớn hơn).

$HB > HC \Rightarrow EB > EC$ (hình chiếu lớn hơn thì đường xiên lớn hơn).

18. (h. 38) ΔABD vuông tại D $\Rightarrow BD < AB$.

ΔACE vuông tại E $\Rightarrow CE < AC$.

Suy ra : $BD + CE < AB + AC$.

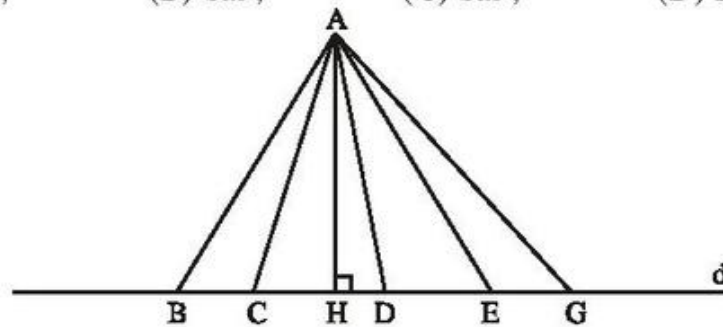


Hình 38

Bài tập bổ sung

2.1. Ta biết rằng có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước, vuông góc với một đường thẳng cho trước và có vô số đường thẳng đi qua một điểm cho trước cắt một đường cho trước. Bởi vậy, có duy nhất một đường vuông góc kẻ từ điểm A đến đường thẳng d và có vô số đường xiên kẻ từ điểm A đến đường thẳng d.

(A) Đúng ; (B) Sai ; (C) Sai ; (D) Đúng.



Hình bs.4

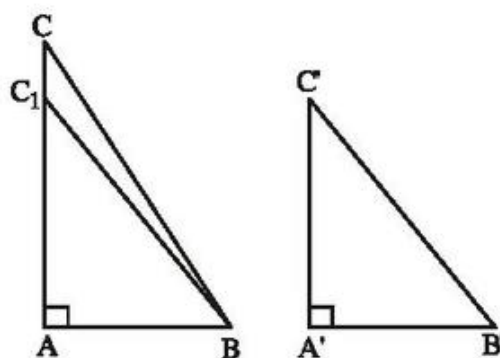
Trong hình bs.4, AH là đường vuông góc (duy nhất) và AB, AC, AD, AE, AG là những đường xiên kẻ từ A đến d (có thể kẻ được vô số đường xiên như thế).

2.2. Theo định lí so sánh giữa hình chiếu và đường xiên ta có :

$$HB < HC \Rightarrow AB < AC. \text{ Chọn (C).}$$

2.3. a) (h.bs.5)

Do $AC > A'C'$ nên lấy được điểm C_1 trên cạnh AC sao cho $AC_1 = A'C'$. Ta có tam giác vuông ABC_1 bằng tam giác vuông $A'B'C'$, suy ra $B'C' = BC_1$. Mặt khác hai đường xiên BC và BC_1 kẻ từ B đến đường thẳng AC lần lượt có hình chiếu trên AC là AC và AC_1 . Vì $AC > AC_1$ nên $BC > BC_1$, suy ra $BC > B'C'$.



Hình bs.5

b) Dùng phản chứng :

- Giả sử $AC < A'C'$. Khi đó theo chứng minh câu a) ta có $BC < B'C'$. Điều này không đúng với giả thiết $BC > B'C'$.
- Giả sử $AC = A'C'$. Khi đó ta có $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$ (c.g.c). Suy ra $BC = B'C'$. Điều này cũng không đúng với giả thiết $BC > B'C'$. Vậy ta phải có $AC > A'C'$.

(Nếu sử dụng định lí Py-ta-go thì có thể giải bài toán như sau :

$$\text{Trong tam giác vuông } ABC \text{ có } BC^2 = AB^2 + AC^2. \quad (1)$$

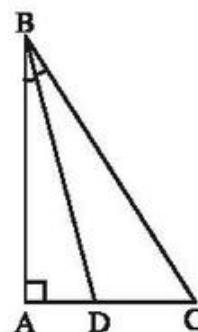
$$\text{Trong tam giác vuông } A'B'C' \text{ có } B'C'^2 = A'B'^2 + A'C'^2. \quad (2)$$

Theo giả thiết $AB = A'B'$ nên từ (1), (2) ta có :

- Nếu $AC > A'C'$ thì $AC^2 > A'C'^2$, suy ra $BC^2 > B'C'^2$ hay $BC > B'C'$;
- Nếu $BC > B'C'$ thì $BC^2 > B'C'^2$, suy ra $AC^2 > A'C'^2$ hay $AC > A'C'$.

2.4. (h.bs.6)

Do BD là tia phân giác của góc ABC nên tia BD ở giữa hai tia BA và BC , suy ra D ở giữa A và C , hay $AD < AC$. Hai đường xiên BC, BD lần lượt có hình chiếu trên AC là AC và AD . Hơn nữa $AD < AC$, suy ra $BD < BC$. (Một cách tương tự, ta cũng chứng minh được đoạn thẳng nối B với trung điểm của đoạn thẳng AC nhỏ hơn BC).



Hình bs.6

2.5. a) *Phân tích bài toán* : Giả sử M và N là hai điểm của đường thẳng xy mà $AM = AN$. Nếu gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ điểm A đến xy thì HM, HN lần lượt là hình chiếu của các đường xiên AM, AN .

Từ $AM = AN$ suy ra $HM = HN$, từ đó xác định được hai điểm M, N .

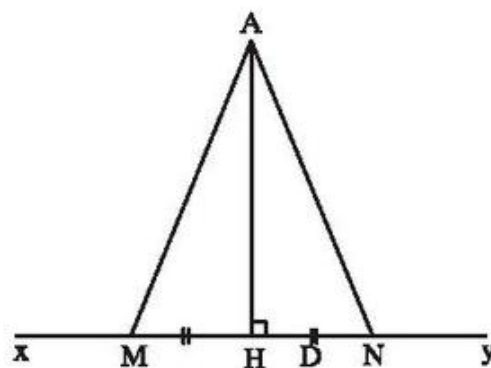
Giải (h.bs.7)

Kẻ AH vuông góc với xy ($H \in xy$).

Lấy hai điểm M, N trên xy sao cho $HM = HN$. (1)

(Dùng compa vẽ một đường tròn tâm H , bán kính tùy ý; đường tròn này cắt đường thẳng xy tại hai điểm M, N thoả mãn $HM = HN$).

Hai đường xiên AM, AN lần lượt có hình chiếu là HM và HN , do đó từ (1) suy ra $AM = AN$.



Hình bs.7

b) • Xét trường hợp D ở giữa M và N .

– Nếu $D \equiv H$ thì $AD = AH$, suy ra $AD < AM$ (đường vuông góc ngắn hơn đường xiên).

– Nếu D ở giữa M và H thì $HD < HM$, do đó $AD < AM$ (đường xiên có hình chiếu ngắn hơn thì ngắn hơn).

– Nếu D ở giữa H và N thì $HD < HN$, do đó $AD < AN$.

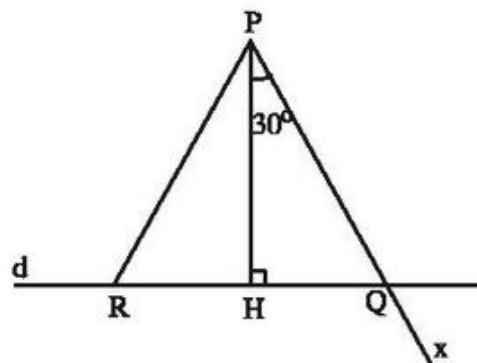
Theo a) ta có $AM = AN$ nên $AD < AM$.

Vậy khi D ở giữa M và N thì ta luôn có $AD < AM$.

- Xét trường hợp D không thuộc đoạn thẳng MN ($D \in xy$). Khi đó $HD > HM$ (hoặc $HD > HN$) nên $AD > AM$.

2.6. a) *Phân tích bài toán*

Giả sử PQ và PR là hai đường xiên kẻ từ P đến d sao cho $PQ = PR$ và $\widehat{QPR} = 60^\circ$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ P đến d. Khi đó $\Delta PHQ = \Delta PHR$ (cạnh huyền, cạnh góc vuông), suy ra $\widehat{HPQ} = \widehat{HPR} = 30^\circ$. Từ đó ta suy ra cách vẽ hai đường xiên PQ và PR.



Hình bs.8

Giải (h.bs.8)

Kẻ $PH \perp d$ ($H \in d$). Dùng thước đo góc để vẽ góc HPx bằng 30° . Tia Px cắt d tại điểm Q. Trên d lấy điểm R sao cho $HR = HQ$. Hai đường xiên PQ và PR lần lượt có hình chiếu trên d là HQ và HR. Do $HQ = HR$ nên $PQ = PR$. Hơn nữa $\widehat{QPR} = 2\widehat{HPQ} = 60^\circ$.

b) *Hướng dẫn*

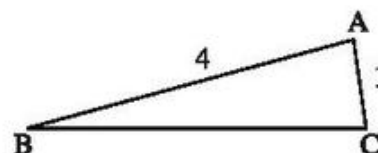
- Tam giác PQR có $PQ = PR$ và $\widehat{QPR} = 60^\circ$, tam giác đó là tam giác gì ?
- $PQ = 18\text{cm} \Rightarrow QR = ? ; HQ = HR = ?$

§3. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác

- 19.** a) Có tam giác mà ba cạnh là 5cm, 10cm, 12cm vì mỗi cạnh nhỏ hơn tổng hai cạnh kia.
 b) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 1m ; 2m ; 3,3m vì có một cạnh lớn hơn tổng hai cạnh kia : $3,3 > 1 + 2$.
 c) Không có tam giác nào mà ba cạnh là 1,2m ; 1m ; 2,2m vì có một cạnh bằng tổng hai cạnh kia : $2,2 = 1,2 + 1$.

20. (h. 39) Theo bất đẳng thức tam giác :

$$\begin{aligned} AB - AC &< BC < AB + AC \\ \Rightarrow 4 - 1 &< BC < 4 + 1 \\ \Rightarrow 3 &< BC < 5. \end{aligned}$$



Hình 39

Do độ dài BC bằng một số nguyên (cm) nên $BC = 4\text{cm}$.

21. (h. 40) Xét $\triangle AMI$: $MA < MI + IA$.

Cộng MB vào hai vế:

$$\begin{aligned} MA + MB &< MI + IA + MB \\ \Rightarrow MA + MB &< IB + IA. \end{aligned} \quad (1)$$

Xét $\triangle BIC$: $IB < IC + CB$.

Cộng IA vào hai vế:

$$\begin{aligned} IB + IA &< IC + CB + IA \\ \Rightarrow IB + IA &< CA + CB. \end{aligned} \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có $MA + MB < IA + IB < CA + CB$.

22. Cạnh 4m không thể là cạnh bên, vì nếu cạnh 4m là cạnh bên thì cạnh đáy lớn hơn tổng hai cạnh kia ($9 > 4 + 4$), trái với bất đẳng thức tam giác.

Vậy cạnh 4m là cạnh đáy (thỏa mãn $9 < 9 + 4$). Chu vi của tam giác: $4 + 9 + 9 = 22$ (m).

23. (h. 41) a) Giả sử $\hat{B} \geq 90^\circ$ thì $AC > BC$, trái với giả thiết.

Giả sử $\hat{C} \geq 90^\circ$ thì $AB > BC$, trái với giả thiết.

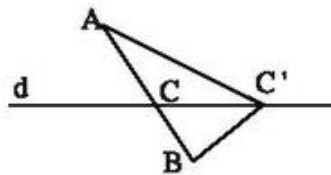
Vậy \hat{B} , \hat{C} là các góc nhọn.

b) Ta có điểm H nằm giữa hai điểm B và C.

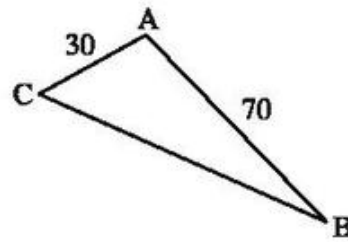
$AB > HB$, $AC > HC$ nên

$$AB + AC > HB + HC = BC.$$

24. (h. 42) Gọi C là giao điểm của đường thẳng d và đoạn thẳng AB, C' là điểm bất kì nằm trên đường thẳng d ($C' \neq C$). Hãy chứng minh $AC' + C'B > AC + CB$ để suy ra C là điểm phải tìm.



Hình 42



Hình 43

25. (h. 43) Để trả lời câu hỏi của bài toán, cần xét khoảng cách BC. Xét ΔABC ta có :

$$AB - AC < BC < AB + AC$$

tức là $70 - 30 < BC < 70 + 30$

hay $40 < BC < 100$.

a) Nếu máy phát sóng ở C có bán kính hoạt động bằng 40km thì ở B không nhận được tín hiệu vì $BC > 40$ km.

b) Nếu máy phát sóng ở C có bán kính hoạt động bằng 100km thì ở B nhận được tín hiệu vì $BC < 100$ km.

26. (h. 44) Xét ΔABD :

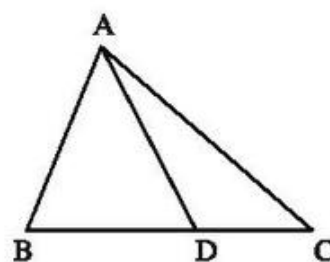
$$AD < AB + BD \quad (1)$$

Xét ΔACD : $AD < AC + DC$. (2)

Cộng từng vế của (1) và (2) :

$$2AD < AB + AC + (BD + DC).$$

Suy ra : $AD < \frac{AB + AC + BC}{2}$.



Hình 44

27. (h. 45) Xét ΔAMB :

$$MA + MB > AB \quad (1)$$

Xét ΔAMC : $MA + MC > AC$ (2)

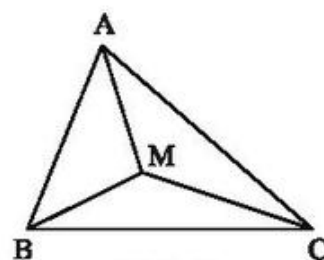
Xét ΔBMC : $MB + MC > BC$ (3)

Cộng từng vế của (1), (2), (3) :

$$2(MA + MB + MC) > AB + AC + BC.$$

Suy ra :

$$MA + MB + MC > \frac{AB + AC + BC}{2}.$$



Hình 45

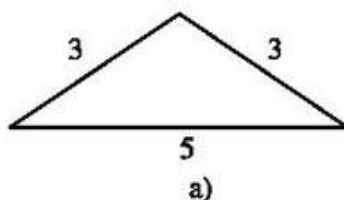
28. (h. 46) Cạnh 3dm có thể là cạnh bên, cũng có thể là cạnh đáy của tam giác cân.

- Nếu cạnh 3dm là cạnh bên thì chu vi của tam giác cân bằng :

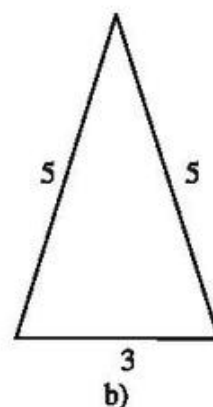
$$3 + 3 + 5 = 11 \text{ (dm)}.$$

- Nếu cạnh 3dm là cạnh đáy thì chu vi của tam giác cân bằng :

$$3 + 5 + 5 = 13 \text{ (dm)}.$$



a)



b)

Hình 46

29. Gọi độ dài cạnh còn lại là x (cm). Theo bất đẳng thức tam giác :

$$7 - 2 < x < 7 + 2, \text{ tức là } 5 < x < 9.$$

Do x là một số tự nhiên lẻ nên $x = 7$.

Cạnh còn lại bằng 7cm.

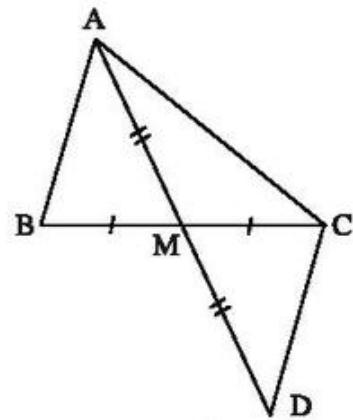
30. (h. 47) Vẽ điểm D sao cho M là trung điểm của AD .

$\triangle AMB = \triangle DMC$ (c.g.c) nên $AB = CD$.

Xét $\triangle ACD$: $AD < AC + CD$ nên $AD < AC + AB$.

Do $AD = 2AM$ nên $2AM < AC + AB$.

$$\text{Suy ra } AM < \frac{AB + AC}{2}.$$



Hình 47

Bài tập bổ sung

3.1. Bộ ba không thoả mãn bất đẳng thức tam giác là 6cm, 7cm, 13cm. Chọn (C).

3.2. Tìm phương án để có bất đẳng thức tam giác.

Đáp số : (D).

3.3. a) Không có, vì $1 + 2$ không lớn hơn 3.

b) Không có, vì $1,2 + 1$ không lớn hơn 2,4.

3.4. a) Vì $3 + 3 < 7$ nên tam giác cân đó có cạnh bên bằng 7cm và cạnh đáy bằng 3cm.

b) Cạnh bên bằng 8cm và cạnh đáy bằng 2cm.

c) Cạnh bên bằng 10cm và cạnh đáy bằng 5cm.

3.5. (h.bs.9).

Giả sử CD là một dây của đường tròn bán kính R và AB là một đường kính của nó. Ta có :

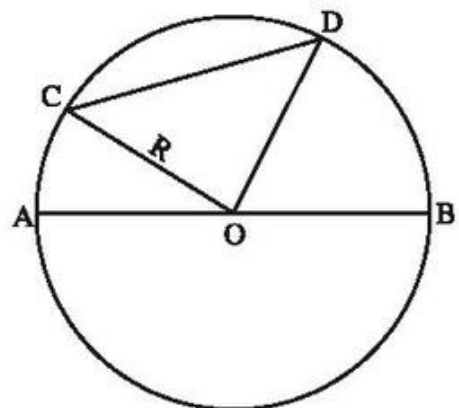
– Nếu C, O, D không thẳng hàng thì trong tam giác OCD có

$$CD < OC + OD = 2R = AB.$$

– Nếu C, O, D thẳng hàng thì

$$CD = OC + OD = 2R = AB.$$

Vậy trong mọi trường hợp ta luôn có đường kính là dây lớn nhất.



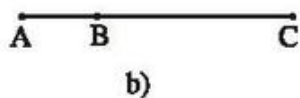
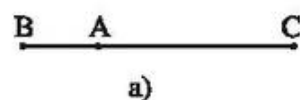
Hình bs.9

3.6. – Nếu A, B, C không thẳng hàng thì trong tam giác ABC ta có $AB + AC > BC$.

– Nếu A, B, C thẳng hàng và A ở giữa B và C hoặc trùng B, C (h.bs.10a) thì $AB + AC = BC$.

– Nếu A, B, C thẳng hàng và A ở ngoài B, C (h.bs.10b) thì $AB + AC > BC$.

Vậy với ba điểm A, B, C bất kì ta luôn có $AB + AC \geq BC$.



Hình bs.10

3.7. (h.bs.11)

Vì AB không song song với d nên AB cắt d tại N.

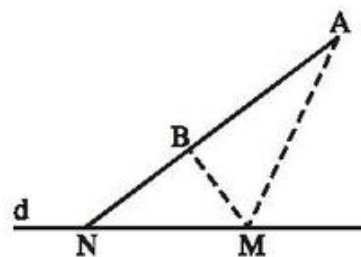
Với điểm M bất kì thuộc d mà M không trùng với N thì ta có tam giác MAB. Do đó

$$|MA - MB| < AB.$$

Khi $M \equiv N$ thì

$$|MA - MB| = AB.$$

Vậy $|MA - MB|$ lớn nhất là bằng AB, khi đó $M \equiv N$ là giao điểm của hai đường thẳng d và AB.



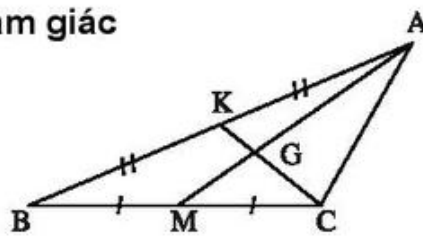
Hình bs.11

§4. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

31. (h. 48) $GK = \frac{1}{3}CK$; $AG = 2GM$;

$$GK = \frac{1}{2}CG$$
 ; $AM = \frac{3}{2}AG$;

$$AM = 3GM.$$



Hình 48

32. (h. 49) Xét ΔABC có các đường trung tuyến BD, CE bằng nhau. Gọi G là giao điểm của BD và CE.

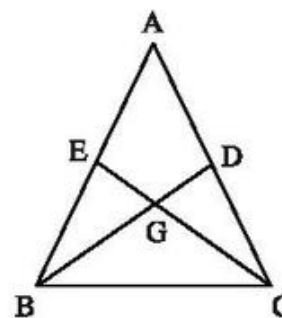
$$\text{Ta có } BG = \frac{2}{3}BD, \quad GD = \frac{1}{3}BD, \quad CG = \frac{2}{3}CE,$$

$$GE = \frac{1}{3}CE. \text{ Do } BD = CE \text{ nên } BG = CG, \quad GD = GE.$$

Do đó $\Delta BGE = \Delta CGD$ (c.g.c), suy ra $BE = CD$.

$$\text{Ta lại có } BE = \frac{1}{2}AB, \quad CD = \frac{1}{2}AC \text{ nên } AB = AC.$$

Vậy ΔABC là tam giác cân.



Hình 49

33. (h. 50) a) $\Delta AMB = \Delta AMC$ (c.c.c)

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AMC}.$$

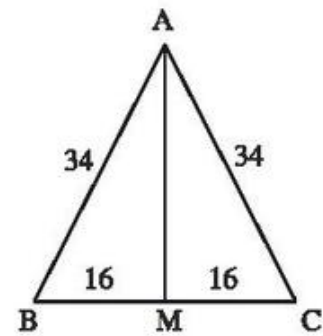
Ta lại có $\widehat{AMB} + \widehat{AMC} = 180^\circ$

nên $\widehat{AMB} = \widehat{AMC} = 90^\circ$. Vậy $AM \perp BC$.

- b) ΔAMC vuông tại M nên theo định lí Py-ta-go :

$$AM^2 = AC^2 - MC^2 = 34^2 - 16^2 = 1156 - 256 = 900$$

$$\Rightarrow AM = 30\text{cm}.$$



Hình 50

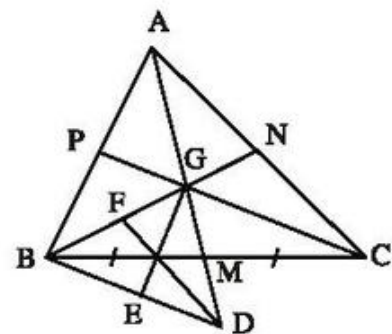
34. (h. 51) a) Gọi AM, BN, CP là các đường trung tuyến của ΔABC . Ta có $GD = AG = 2GM$ và $GD = GM + MD$ nên $GM = MD$.

$\Delta BMD = \Delta CMG$ (c.g.c), suy ra

$$BD = CG = \frac{2}{3} CP \quad (1)$$

Ta có $BG = \frac{2}{3} BN \quad (2)$

$$GD = AG = \frac{2}{3} AM. \quad (3)$$



Hình 51

Từ (1), (2), (3) suy ra các cạnh của ΔBGD bằng $\frac{2}{3}$ các đường trung tuyến của ΔABC .

- b) Gọi GE, DF là các đường trung tuyến của ΔBGD . Hãy chứng minh

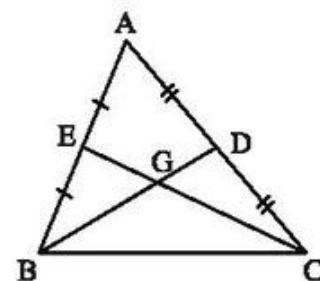
$$BM = \frac{1}{2} BC, GE = \frac{1}{2} AB, DF = AN = \frac{1}{2} AC.$$

35. (h. 52) Gọi G là giao điểm của BD và CE. Theo bất đẳng thức trong tam giác GBC :

$$GB + GC > BC = 10 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} BD + \frac{2}{3} CE > 10 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow BD + CE > \frac{3}{2} \cdot 10 \text{ cm} = 15 \text{ cm}.$$



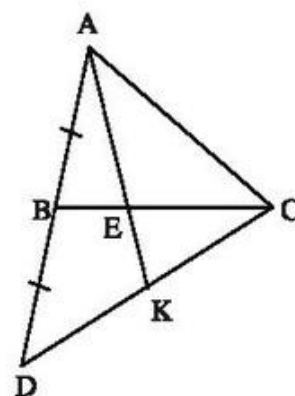
Hình 52

36. (h. 53) Xét ΔACD , ta có CB là đường trung tuyến.

Điểm E thuộc đoạn CB và $CE = \frac{2}{3}CB$ nên E là

trọng tâm của ΔACD .

Do đó AK là đường trung tuyến của ΔACD , vậy $CK = KD$.



Hình 53

37. (h. 54) a) Áp dụng kết quả của bài 64 chương II, SBT Toán 7 tập một vào các tam giác ABC và ABG , ta có :

$$DE \parallel AB, DE = \frac{1}{2}AB, IK \parallel AB, IK = \frac{1}{2}AB.$$

Do đó : $DE \parallel IK$ và $DE = IK$.

- b) ΔGDE và ΔGIK có :

$$DE = IK \text{ (câu a)}$$

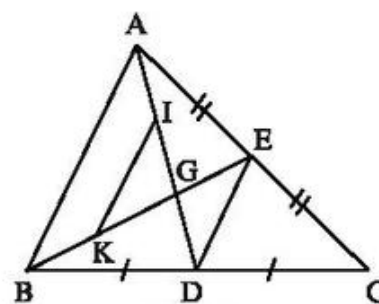
$$\widehat{GDE} = \widehat{GIK} \text{ (so le trong, } DE \parallel IK)$$

$$\widehat{GED} = \widehat{GKI} \text{ (so le trong, } DE \parallel IK)$$

Do đó $\Delta GDE = \Delta GIK$ (g.c.g), suy ra $GD = GI$.

Ta có $GD = GI = IA$ nên $AG = \frac{2}{3}AD$.

Chú ý : Như vậy ta đã chứng minh được đường trung tuyến BE cắt đường trung tuyến AD tại điểm G có $AG = \frac{2}{3}AD$. Chứng minh tương tự, nếu kẻ đường trung tuyến CF thì đường trung tuyến CF cắt đường trung tuyến AD tại điểm G' có $AG' = \frac{2}{3}AD$, tức là G' trùng với G . Điều đó chứng tỏ rằng : Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Dễ dàng chứng minh được điểm đó cách mỗi đỉnh của tam giác một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.



Hình 54

38. (h. 55) a) $\Delta AMC = \Delta DMB$ (c.g.c), suy ra

$$AC = BD \text{ và } \widehat{C} = \widehat{MBD}.$$

Hai góc so le trong \widehat{C} và \widehat{MBD} bằng nhau nên $AC \parallel BD$. Suy ra

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABD} = 180^\circ$$

(góc trong cùng phía).

Ta đã có $\widehat{BAC} = 90^\circ$ nên $\widehat{ABD} = 90^\circ$.

b) ΔABC và ΔBAD có :

AB : cạnh chung

$$\widehat{BAC} = \widehat{ABD} = 90^\circ$$

$AC = BD$ (chứng minh trên).

Do đó $\Delta ABC = \Delta BAD$ (c.g.c).

c) Từ câu b) suy ra $BC = AD$.

Ta lại có $AM = \frac{1}{2}AD$ nên $AM = \frac{1}{2}BC$.

Chú ý : Từ bài toán trên ta suy ra : Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.

39. (h. 56) Ta có $AM = \frac{1}{2}BC$, $BM = MC$ nên

$$AM = BM = MC.$$

ΔAMB có $AM = BM$ nên là tam giác cân, suy ra

$$\widehat{B} = \widehat{A}_1. \quad (1)$$

ΔAMC có $AM = MC$ nên là tam giác cân, suy ra

$$\widehat{C} = \widehat{A}_2. \quad (2)$$

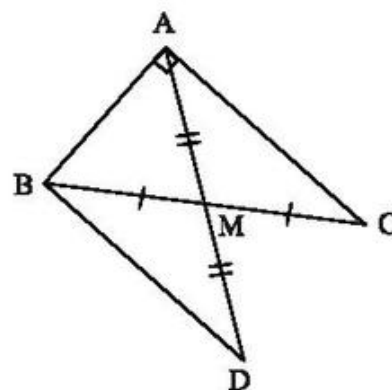
Từ (1) và (2) suy ra :

$$\widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{BAC}.$$

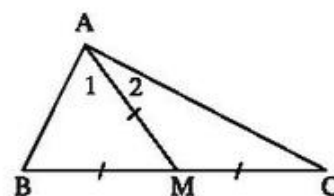
Ta lại có $\widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{BAC} = 180^\circ$ (tổng ba góc của ΔABC) nên $\widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Vậy $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

Chú ý. Từ bài toán trên ta suy ra : Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.



Hình 55



Hình 56

Bài tập bổ sung

4.1. Do khoảng cách từ trọng tâm tới một đỉnh của tam giác bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh đó nên E là trọng tâm của tam giác ABC.
Chọn (B).

4.2. Do ba đường trung tuyến của một tam giác đồng quy tại trọng tâm của tam giác và trọng tâm cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh đó nên (B) sai (vì $\frac{FG}{CG} = \frac{1}{2}$). Chọn (B).

4.3. (h.bs.12) Gọi O là giao điểm của hai đoạn thẳng AB và CD. Xét hai tam giác ACD và BCD. Từ giả thiết suy ra I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ACD và tam giác BCD.

$$\text{Do đó } OI = \frac{1}{3}AO, AI = \frac{2}{3}AO, OJ = \frac{1}{3}BO,$$

$$BJ = \frac{2}{3}BO.$$

Theo giả thiết $AO = BO$ nên

$$IJ = OI + OJ = \frac{2}{3}AO = AI = BJ.$$

4.4. (h.bs.13) Ta có

$$S_{AOB} = \frac{2}{3}S_{AA_1B} \text{ (vì } AO = \frac{2}{3}AA_1);$$

$$S_{ABA_1} = \frac{1}{2}S_{ABC} \text{ (vì } BA_1 = \frac{1}{2}BC).$$

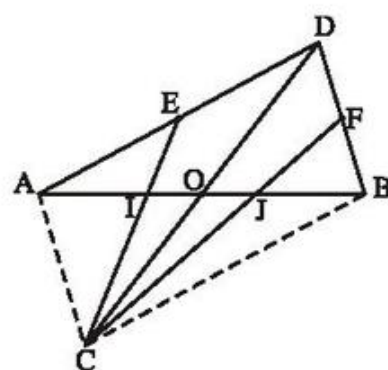
$$\text{Từ đó suy ra } S_{ABC} = 2S_{ABA_1} = 3S_{AOB}.$$

$$\text{Nếu } S_{AOB} = 5\text{cm}^2 \text{ thì } S_{ABC} = 3 \cdot 5 = 15 \text{ (cm}^2).$$

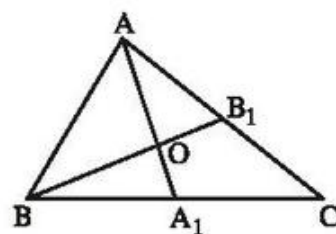
4.5. Xét sáu tam giác được đánh số là : 1, 2, 3, 4, 5, 6 (h. bs.14).

Chứng minh hoàn toàn tương tự như bài 4.4 ta có

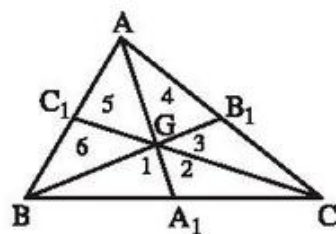
$$S_{GAB} = S_{GBC} = S_{GCA} = \frac{1}{3}S_{ABC}.$$



Hình bs.12



Hình bs.13



Hình bs.14

Ta lại có

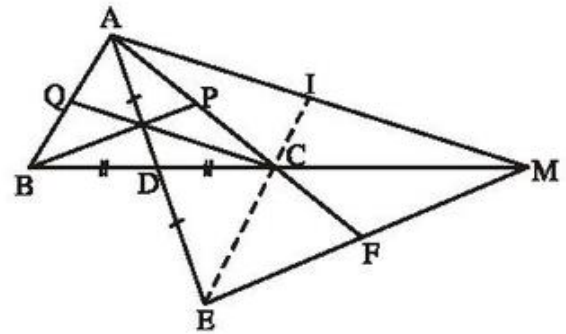
$S_1 = S_2, S_3 = S_4, S_5 = S_6$ (vì mỗi cặp tam giác có chung đường cao và hai đáy bằng nhau, vậy sáu tam giác 1, 2, 3, 4, 5, 6 có diện tích bằng nhau).

4.6. (h.bs.15)

a) Do $AD = DE$ nên MD là một đường trung tuyến của tam giác AEM . Hơn nữa, do

$$CD = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}CM$$

nên C là trọng tâm của tam giác AEM .



Hình bs.15

b) Các đường thẳng AC, EC lần lượt cắt EM, AM tại F, I . Tam giác AEM có các đường trung tuyến là AF, EI, MD . Ta có $\triangle ADB = \triangle EDC$ (c.g.c) nên $AB = EC$.

$$\text{Vậy : } AC = \frac{2}{3}AF ; BC = CM = \frac{2}{3}MD ; AB = EC = \frac{2}{3}EI.$$

c) Trước tiên, theo giả thiết, ta có $AD = DE$ nên $AD = \frac{1}{2}AE$.

Gọi BP, CQ là các trung tuyến của $\triangle ABC$.

$$\triangle BCP = \triangle MCF \text{ (c.g.c)} \Rightarrow BP = FM = \frac{1}{2}EM. \text{ Ta sẽ chứng minh } CQ = \frac{1}{2}AM.$$

Ta có

$$\triangle ABD = \triangle ECD \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{CED} \Rightarrow AB // EC \Rightarrow \widehat{QAC} = \widehat{ICA}.$$

Hai tam giác ACQ và CAI có cạnh AC chung, $\widehat{QAC} = \widehat{ICA}$,

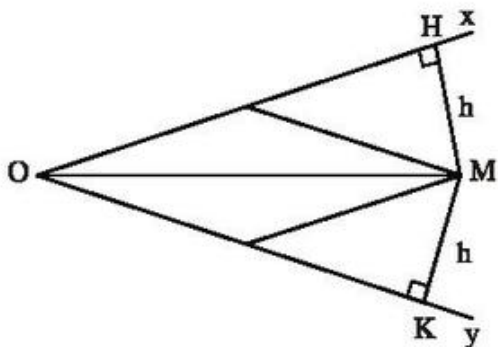
$$AQ = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}EC = IC \text{ nên chúng bằng nhau.}$$

$$\text{Vậy } CQ = AI = \frac{1}{2}AM.$$

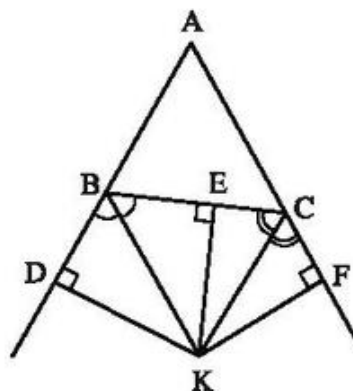
$$\text{Tóm lại : } AD = \frac{1}{2}AE, BP = \frac{1}{2}EM \text{ và } CQ = \frac{1}{2}AM.$$

§5. Tính chất tia phân giác của một góc

40. (h. 57) Kẻ $MH \perp Ox$, $MK \perp Oy$. Do chiều rộng của thước bằng h nên $MH = MK = h$. Do đó M thuộc tia phân giác của góc xOy .



Hình 57



Hình 58

41. (h. 58) Gọi K là giao điểm của hai đường phân giác của hai góc ngoài tại B và C .

Kẻ $KD \perp AB$, $KE \perp BC$, $KF \perp AC$.

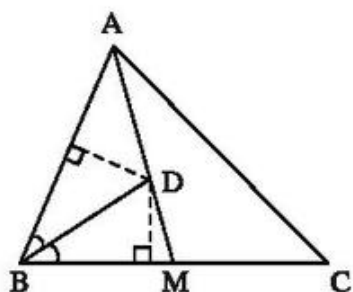
$$K \text{ thuộc tia phân giác của } \widehat{CBD} \Rightarrow KD = KE. \quad (1)$$

$$K \text{ thuộc tia phân giác của } \widehat{BCF} \Rightarrow KE = KF. \quad (2)$$

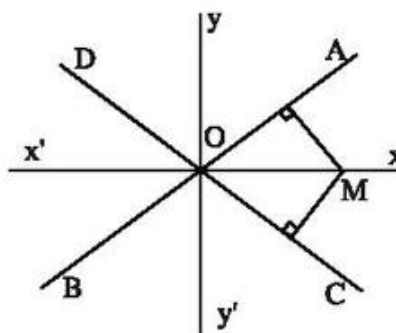
Từ (1) và (2) suy ra $KD = KF$.

Vậy K thuộc tia phân giác của \widehat{BAC} , tức là đường phân giác trong của góc A cũng đi qua điểm K .

42. (h. 59) Điểm D phải dựng là giao điểm của đường trung tuyến AM và tia phân giác của góc B .



Hình 59



Hình 60

43. (h. 60) Xét điểm M nằm trong góc AOC . Tập hợp các điểm M cách đều OA và OC là tia phân giác Ox của góc AOC .

Tương tự, xét điểm M nằm trong các góc AOD, DOB, BOC , tập hợp các điểm M là các tia phân giác Oy, Ox', Oy' .

Vậy tập hợp phải tìm gồm hai đường phân giác xx', yy' của các góc tạo bởi hai đường thẳng AB, CD .

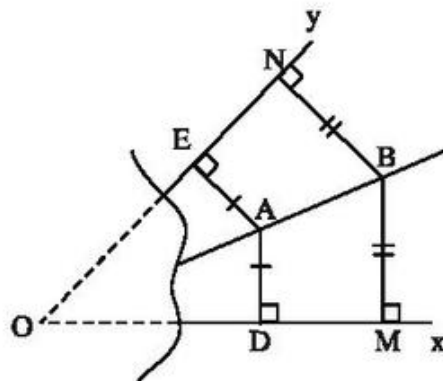
44. (h. 61) Đường thẳng AB là đường phân giác của góc xOy .

Giải thích :

$AD = AE \Rightarrow A$ thuộc tia phân giác của góc xOy .

$BM = BN \Rightarrow B$ thuộc tia phân giác của góc xOy .

Vậy AB là đường phân giác của góc xOy .



Hình 61

Bài tập bổ sung

- 5.1. Do M cùng cách Ox, Oy những khoảng bằng nhau nên M nằm trên tia phân giác của góc xOy . Gọi A là chân đường vuông góc kẻ từ M đến Ox thì tam giác vuông AOM là "một nửa" tam giác đều.

Vậy $OM = 2MA = 4\text{cm}$. Chọn (C).

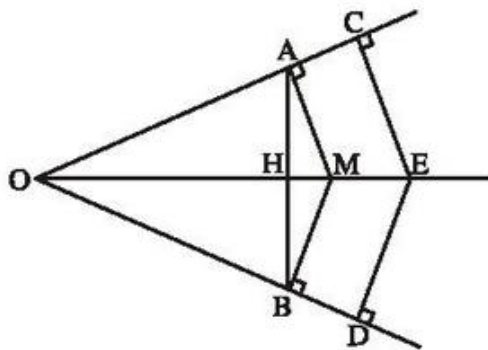
- 5.2. Dễ thấy $OMAN$ là một hình vuông nên $OM = ON = AM = 3\text{cm}$.

Cách khác : Do A nằm trên tia phân giác của góc xOy nên tam giác MAO vuông cân tại M , bởi vậy $MO = MA = 3\text{cm}$.

Tương tự, $NO = NA = 3\text{cm}$. Chọn (C).

- 5.3. (h.bs.16)

a) Gọi H là giao điểm của AB và OM . Xét hai tam giác vuông AOM và BOM . Ta có cạnh huyền OM chung, $MA = MB$ (vì M thuộc tia phân giác của góc O). Vậy $\triangle AOM = \triangle BOM$. Suy ra $OA = OB$. Từ đó có $\triangle AOH = \triangle BOH$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{OHA} = \widehat{OHB} = 90^\circ$, tức là $OM \perp AB$.



Hình bs.16

b) Để chứng minh OE là tia phân giác của góc O, ta cần chứng minh hai tam giác vuông COE và DOE bằng nhau. Hai tam giác này có cạnh huyền OE chung và $OC = OD$ (giả thiết) nên chúng bằng nhau. Suy ra $\widehat{EOC} = \widehat{EOD}$, hay OE là tia phân giác của góc O.

5.4. (h.bs.17)

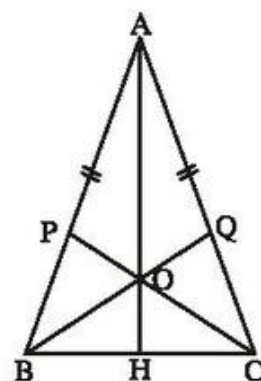
a) Ta sẽ chứng minh tam giác OBC có hai góc OBC và OCB bằng nhau.

Ta có $\triangle ABQ = \triangle ACP$ (c.g.c) nên $\widehat{ACP} = \widehat{ABQ}$.

Mặt khác $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$ do tam giác ABC cân tại A nên $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$. Suy ra tam giác OBC cân tại O.

b) Hai tam giác AOB và AOC có cạnh AO chung, $AB = AC$ (giả thiết), $OB = OC$ (theo a)).

Vậy $\triangle AOB = \triangle AOC$ (c.c.c). Suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OAC}$ hay AO là tia phân giác của góc BAC. Suy ra O cách đều hai cạnh AB, AC.



Hình bs.17

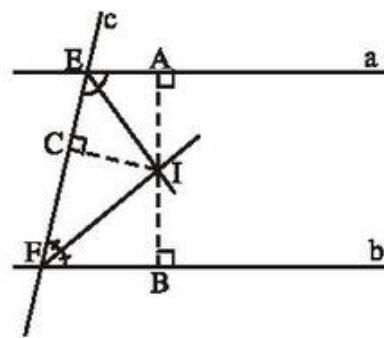
c) Gọi giao điểm của AO với BC là H. Hai tam giác AHB và AHC có cạnh AH chung, $AB = AC$ và $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$ (theo b)). Vậy $\triangle AHB = \triangle AHC$. Suy ra $HB = HC$ và $\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ$, tức là $AO \perp BC$ và AO đi qua trung điểm của BC.

5.5. (h.bs.18)

Gọi A, B, C lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ I đến a, b, c. Xét hai góc trong cùng phía E và F. Do I thuộc tia phân giác của góc E nên $IA = IC$. (1)

Do I thuộc tia phân giác của góc F nên $IC = IB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $IA = IB = IC$, tức là I cách đều ba đường thẳng a, b, c.



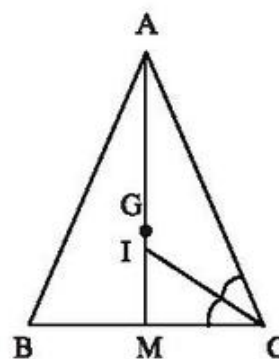
Hình bs.18

§6. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

45. (h. 62) G là trọng tâm của ΔABC nên G thuộc đường trung tuyến AM. (1)

Trong tam giác cân, đường phân giác của góc ở đỉnh cũng là đường trung tuyến nên I cũng thuộc đường trung tuyến AM. (2)

Từ (1) và (2) suy ra A, G, I thẳng hàng.



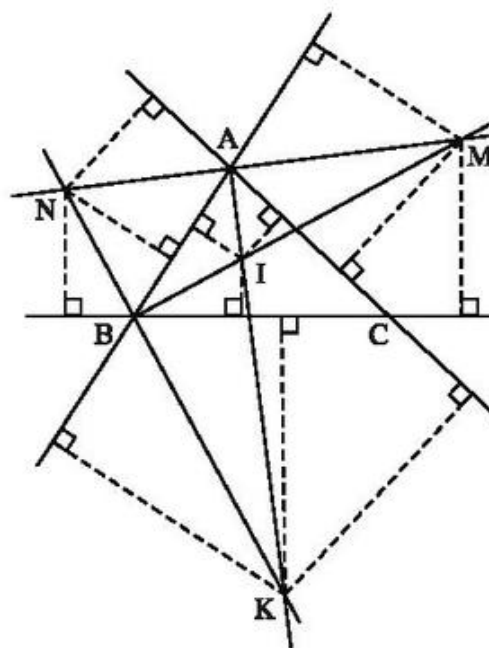
Hình 62

46. (h. 63) Điểm cách đều các đường thẳng AB và BC nằm trên các đường phân giác (trong và ngoài) của góc B.

Điểm cách đều các đường thẳng AB và AC nằm trên các đường phân giác (trong và ngoài) của góc A.

Điểm cách đều các đường thẳng AB, BC, CA là giao điểm của các đường phân giác trên, đó là bốn điểm I, K, M, N.

Để khoảng cách nói trên là ngắn nhất, ta chọn điểm I, giao điểm của các đường phân giác trong của ΔABC .



Hình 63

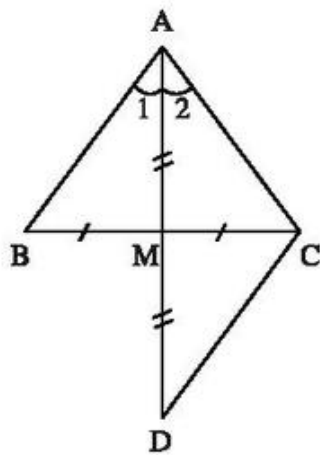
47. (h. 64) Kéo dài AM đoạn MD = AM.

$$\Delta AMB = \Delta DMC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{D}, AB = CD. \quad (1)$$

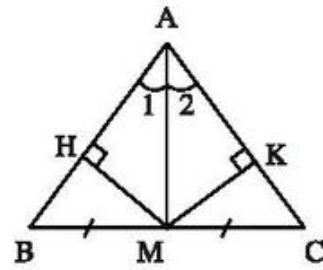
Ta có $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$, $\widehat{A}_1 = \widehat{D}$ nên $\widehat{A}_2 = \widehat{D}$. Do đó ΔACD cân, suy ra

$$AC = CD. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AB = AC$. Vậy ΔABC là tam giác cân.



Hình 64



Hình 65

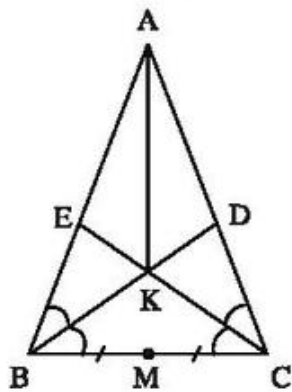
Cách giải khác. Kẻ $MH \perp AB$, $MK \perp AC$ (h.65). AM là tia phân giác của góc A nên $MH = MK$.

$\Delta MHB = \Delta MKC$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$.

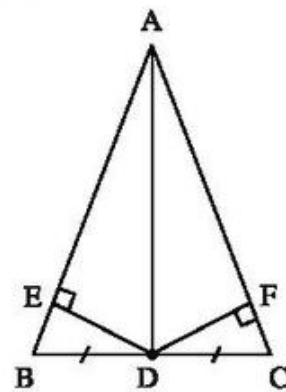
Vậy ΔABC là tam giác cân.

48. (h. 66) Các đường phân giác BD và CE cắt nhau ở K nên AK là đường phân giác của góc A.

Trong tam giác cân, đường phân giác của góc ở đỉnh cũng là đường trung tuyến, do đó AK đi qua trung điểm M của BC.



Hình 66



Hình 67

49. (h. 67) ΔABC cân tại A nên đường trung tuyến AD cũng là đường phân giác.

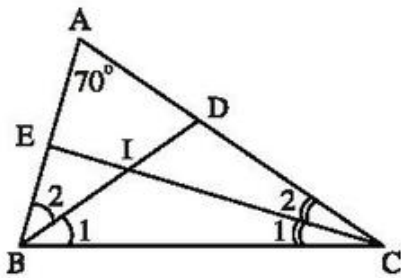
Theo tính chất tia phân giác của một góc, D thuộc tia phân giác của góc A nên cách đều hai cạnh của góc, do đó $DE = DF$.

50. (h.68) ΔABC có $\widehat{A} = 70^\circ$ nên

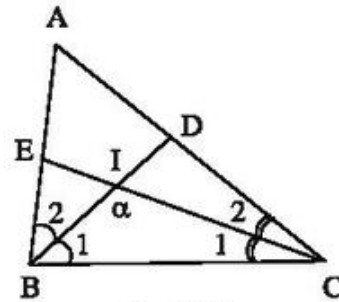
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.$$

$$\text{Do } \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2, \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 \text{ nên } \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ.$$

$$\widehat{BIC} = 180^\circ - (\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1) = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ.$$



Hình 68



Hình 69

51. (h. 69) a) ΔBIC có $\widehat{BIC} = 120^\circ$ nên

$$\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

Suy ra: $\widehat{B} + \widehat{C} = 60^\circ \cdot 2 = 120^\circ.$

Do đó: $\widehat{A} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$

b) $\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ - \alpha$

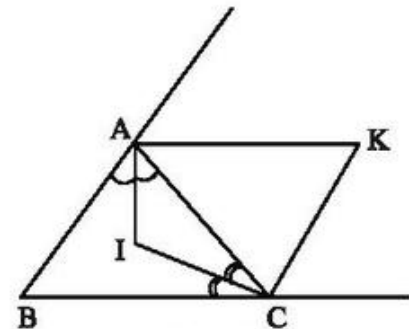
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 2(180^\circ - \alpha) = 360^\circ - 2\alpha$$

$$\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) = 180^\circ - (360^\circ - 2\alpha)$$

$$= 180^\circ - 360^\circ + 2\alpha = 2\alpha - 180^\circ.$$

52. (h. 70) Các đường phân giác của các góc ngoài tại A và C của ΔABC cắt nhau tại K nên BK là tia phân giác của góc B (xem bài 41).

Các tia phân giác các góc A và C của ΔABC cắt nhau tại I nên BI là tia phân giác của góc B. Do đó ba điểm B, I, K thẳng hàng.



Hình 70

53. (h. 71) a) AI là tia phân giác của góc A nên

$$ID = IE. \tag{1}$$

Các tam giác vuông ADI, AEI có $\widehat{DAI} = \widehat{EAI} = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân, do đó

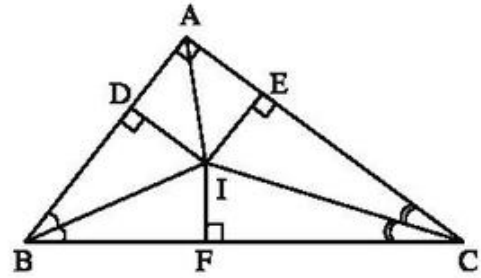
$$AD = ID, AE = IE. \tag{2}$$

Từ (1) và (2) suy ra $AD = AE$.

b) Áp dụng định lí Py-ta-go trong tam giác vuông ABC :

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 = 100 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow BC = 10 \text{ (cm)}.$$



Hình 71

Kẻ $IF \perp BC$. $\triangle IBD = \triangle IBF$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow BD = BF$.

$\triangle ICE = \triangle ICF$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow CE = CF$.

Ta có :

$$AB + AC - BC = AD + DB + AE + EC - BF - CF.$$

Do $BD = BF$, $CE = CF$ nên :

$$\begin{aligned} AB + AC - BC &= AD + AE \\ \Rightarrow 6 + 8 - 10 &= AD + AE \\ \Rightarrow AD + AE &= 4 \text{ (cm)}. \end{aligned}$$

Theo câu a) ta có $AD = AE$ nên $AD = AE = 2\text{cm}$.

Bài tập bổ sung

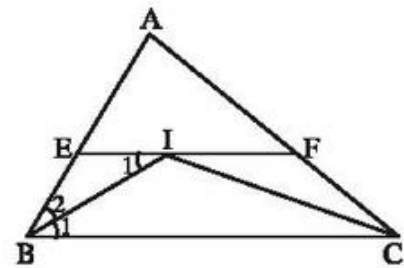
6.1. Điểm O cách đều AB, AC nên O thuộc tia phân giác của góc A. Mặt khác, O thuộc tia phân giác của góc B nên O là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC. Vậy (B) sai còn (A), (C), (D) đúng.

Đáp số : (B).

6.2. Tam giác ABC có $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$ nên nó vuông tại A ; AO, CO lần lượt là tia phân giác của \widehat{A} và \widehat{C} nên BO là tia phân giác của \widehat{B} . Ta có $\widehat{OBC} + \widehat{OCB} = \frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C}) = 45^\circ$ nên $\widehat{BOC} = 135^\circ$. Chọn (C).

6.3. (h.bs.19). Vì điểm I cách đều ba cạnh của tam giác ABC và nằm trong tam giác nên I là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC, tức là BI, CI lần lượt là tia phân giác của góc B và góc C. Do $EF \parallel BC$ nên $\widehat{B}_1 = \widehat{I}_1$ (so le trong), suy ra $\widehat{I}_2 = \widehat{B}_2$. Vậy tam giác EBI cân tại E, tức là $EI = EB$. Tương tự ta có $FI = FC$.

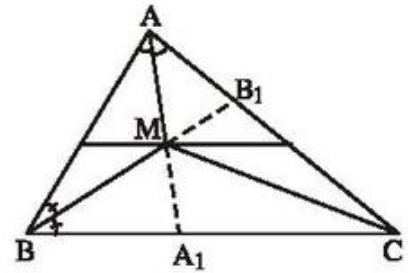
Vậy $EF = EI + IF = BE + CF$.



Hình bs.19

6.4. (h.bs.20)

Do ba đường phân giác của một tam giác đồng quy tại một điểm nên CM là tia phân giác của góc C.



Hình bs.20

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B}) &= \widehat{MAB} + \widehat{MBA} = 180^\circ - \widehat{AMB} \\ &= 180^\circ - 136^\circ = 44^\circ. \end{aligned}$$

Suy ra $\widehat{A} + \widehat{B} = 2 \cdot 44^\circ = 88^\circ$. Suy ra $\widehat{C} = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$.

Vậy $\widehat{ACM} = \widehat{BCM} = 92^\circ : 2 = 46^\circ$.

b) Ta có $\frac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B}) = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ$. Suy ra $\widehat{A} + \widehat{B} = 138^\circ$.

Suy ra $\widehat{C} = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$. Vậy $\widehat{ACM} = \widehat{BCM} = 21^\circ$.

§7. Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng

54. (h. 72) ΔABC cân tại A $\Rightarrow AB = AC$

$\Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của BC.

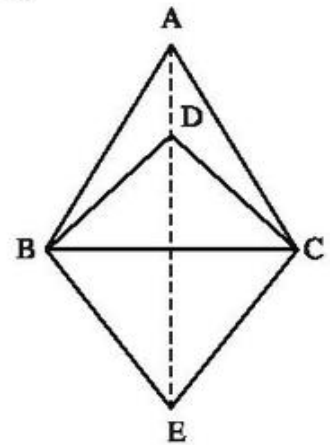
ΔDBC cân tại D $\Rightarrow DB = DC$

$\Rightarrow D$ thuộc đường trung trực của BC.

ΔEBC cân tại E $\Rightarrow EB = EC$

$\Rightarrow E$ thuộc đường trung trực của BC.

Vậy ba điểm A, D, E thẳng hàng.

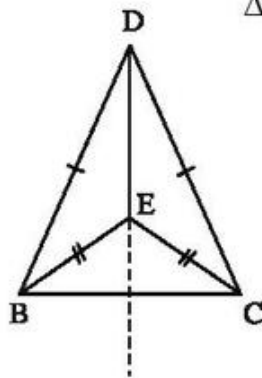


Hình 72

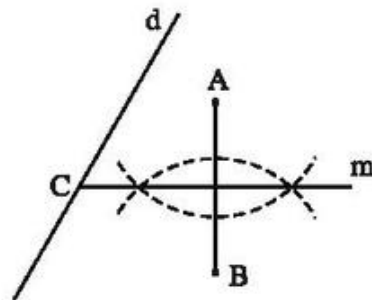
55. (h. 73) D thuộc đường trung trực của BC $\Rightarrow DB = DC$.

E thuộc đường trung trực của BC $\Rightarrow EB = EC$.

$$\Delta BDE = \Delta CDE \text{ (c.c.c)}$$



Hình 73



Hình 74

56. (h. 74) Vẽ đường thẳng m là đường trung trực của AB . Giao điểm của m với d là điểm C phải tìm.

Chú ý : Nếu $AB \perp d$ thì không tìm được điểm C .

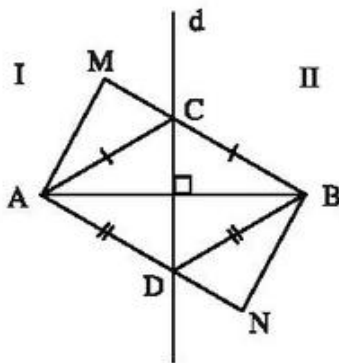
57. (h. 75) a) Gọi C là giao điểm của MB và d . Ta có : $CA = CB$ (tính chất đường trung trực).

Do đó : $MB = MC + CB = MC + CA$.

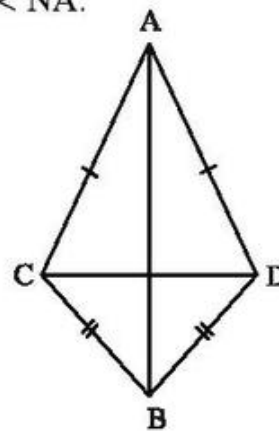
Xét $\triangle ACM$: $MA < MC + CA$.

Do đó $MA < MB$.

b) Chứng minh tương tự câu a) ta được $NB < NA$.



Hình 75



Hình 76

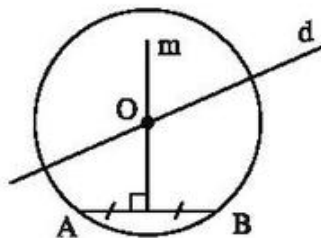
58. (h. 76) $AC = AD \Rightarrow A$ thuộc đường trung trực của CD .

$BC = BD \Rightarrow B$ thuộc đường trung trực của CD .

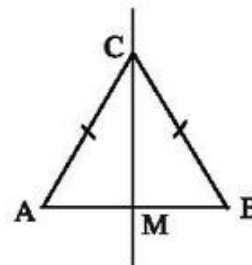
Vậy AB là đường trung trực của CD , do đó $AB \perp CD$.

59. (h. 77) Vẽ đường trung trực m của AB . Giao điểm của m và d là tâm O phải dựng.

Chú ý : Trường hợp $m \parallel d$ thì không dựng được điểm O . Trường hợp m trùng d thì có vô số điểm O , do đó có vô số đường tròn thoả mãn bài toán.



Hình 77



Hình 78

60. (h. 78) Các điểm C phải tìm có tính chất $CA = CB$ và ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Tập hợp các điểm C là đường trung trực của AB, trừ trung điểm M của AB.

61. (h. 79) a) Ox là đường trung trực của AB

$$\Rightarrow OA = OB \quad (1)$$

Oy là đường trung trực của AC

$$\Rightarrow OA = OC. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $OB = OC$.

b) $\triangle AOC$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$;

$\triangle AOB$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{O}_3 = \widehat{O}_4$.

Suy ra : $\widehat{O}_1 + \widehat{O}_3 = \widehat{O}_2 + \widehat{O}_4$.

Do đó :

$$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_3 + \widehat{O}_2 + \widehat{O}_4 = 2(\widehat{O}_1 + \widehat{O}_3) = 2.\widehat{xOy}$$

$$= 2.60^\circ = 120^\circ.$$

Vậy $\widehat{BOC} = 120^\circ$.

62. (h. 80) a) Gọi H là giao điểm của đường thẳng a với AC.

$$\triangle MHA = \triangle MHC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow MA = MC.$$

Do đó

$$MA + MB = MC + MB.$$

Gọi N là giao điểm của đường thẳng a với BC (để chứng minh $NA = NC$).

Nếu M không trùng với N thì

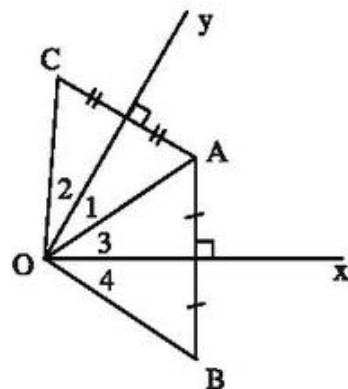
$$MA + MB = MC + MB > BC$$

(bất đẳng thức trong $\triangle BMC$).

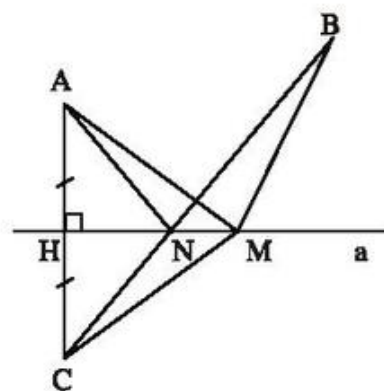
Nếu M trùng với N thì

$$MA + MB = NA + NB = NC + NB = BC.$$

Vậy $MA + MB \geq BC$.



Hình 79



Hình 80

b) Từ câu a) ta suy ra : Khi M trùng với N thì tổng $MA + MB$ là nhỏ nhất.

63. Áp dụng kết quả của bài 62.

Bài tập bổ sung

7.1. Vì M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB nên $MA = MB$. Tương tự, $NA = NB$. Ta có $\triangle AMN = \triangle BMN$ (c.c.c) nên các khẳng định (A), (B), (C) sai và (D) đúng.

Đáp số : (D).

7.2. Hai tam giác cân ABC và ABD có chung đáy AB nên có $CA = CB$ và $DA = DB$. Suy ra CD là đường trung trực của đoạn thẳng AB, do đó E thuộc CD.

Tam giác ABC là tam giác đều nên có $AB = AC = BC$, suy ra đường trung trực của BC đi qua A và đường trung trực của AC đi qua B.

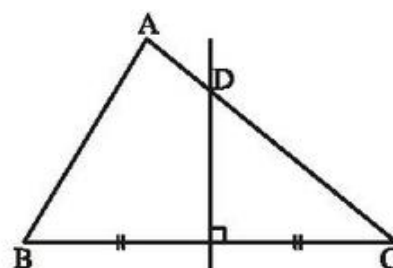
Đáp số : (B).

7.3. (h.bs.21)

a) Vì D thuộc đường trung trực của BC nên $DB = DC$. Mặt khác, D ở giữa A và C nên $AD = AC - DC$.

Nếu $BD = 5\text{cm}$; $AC = 8\text{cm}$ thì $CD = BD = 5\text{cm}$ và $AD = 8 - 5 = 3(\text{cm})$.

b) $AC = AD + DC = AD + BD$
 $= 3,2 + 11,4 = 14,6(\text{cm})$.



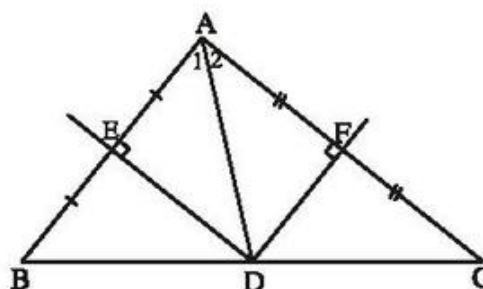
Hình bs.21

7.4. (h.bs.22)

a) Vì ba đường trung trực của tam giác đồng quy nên D thuộc đường trung trực của cạnh BC. Mặt khác đường trung trực của cạnh BC đi qua trung điểm của BC nên D là trung điểm của cạnh BC.

b) Ta có $\triangle DEB = \triangle DEA$ (c.g.c) nên $\widehat{B} = \widehat{A}_1$. Tương tự $\widehat{C} = \widehat{A}_2$.

Suy ra $\widehat{A} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{B} + \widehat{C}$.

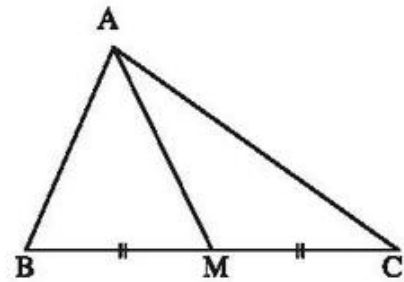


Hình bs.22

7.5. (h.bs.23)

Vì AM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên M là trung điểm của cạnh BC.

Giả sử $AM \perp BC$. Khi đó AM là đường trung trực của đoạn thẳng BC. Suy ra $AB = AC$. Điều này mâu thuẫn với giả thiết $AB \neq AC$. Vậy trung tuyến AM không vuông góc với BC.

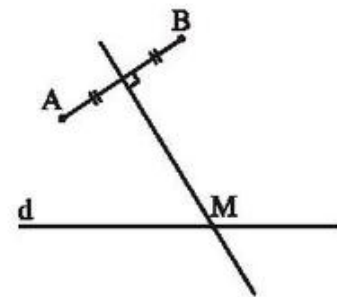


Hình bs.23

7.6. (h.bs.24)

Ta có $|MA - MB| \geq 0$ với một điểm M tùy ý và $|MA - MB| = 0$ chỉ với các điểm M mà $MA = MB$, tức là chỉ với các điểm M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Mặt khác M phải thuộc d. Vậy M là giao điểm của đường thẳng d và đường trung trực của đoạn thẳng AB. Có giao điểm này vì AB không vuông góc với d.

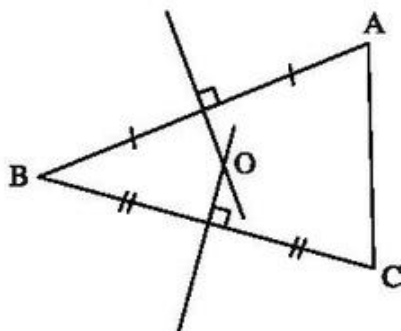


Hình bs.24

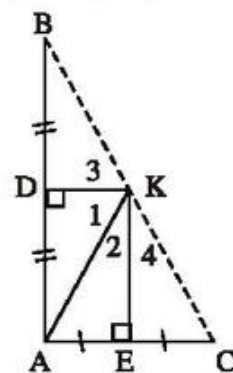
Tóm lại : Khi M là giao điểm của d và đường trung trực của đoạn thẳng AB thì $|MA - MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất và bằng 0.

§8. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

64. (h. 81) Điểm O phải tìm là giao điểm các đường trung trực của ΔABC .



Hình 81



Hình 82

65. (h. 82) KD là đường trung trực của $AB \Rightarrow KA = KB \Rightarrow \Delta KAB$ cân tại K
 $\Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{K}_3 \Rightarrow \widehat{AKB} = 2\widehat{K}_1$.

KE là đường trung trực của AC $\Rightarrow KA = KC \Rightarrow \Delta KAC$ cân tại K

$$\Rightarrow \widehat{K}_2 = \widehat{K}_4 \Rightarrow \widehat{AKC} = 2\widehat{K}_2.$$

Suy ra $\widehat{AKB} + \widehat{AKC} = 2\widehat{K}_1 + 2\widehat{K}_2 = 2(\widehat{K}_1 + \widehat{K}_2) = 2\widehat{DKE}.$ (1)

Ta lại có DA // KE (cùng vuông góc với AC) mà $\widehat{D} = 90^\circ$ nên

$$\widehat{DKE} = 90^\circ. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $\widehat{AKB} + \widehat{AKC} = 180^\circ.$

Vậy B, K, C thẳng hàng.

66. a) Theo hình 82 của bài 65 ta suy ra điểm K nằm trên cạnh huyền BC của ΔABC vuông tại A.

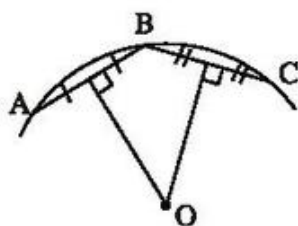
Điểm K là giao điểm của các đường trung trực của AB, AC nên KB = KA, KA = KC, do đó KB = KC. Điểm K lại nằm trên cạnh BC nên K là trung điểm của BC. Do đó đường trung trực của BC cũng đi qua K.

Vậy các đường trung trực của tam giác vuông đi qua trung điểm của cạnh huyền.

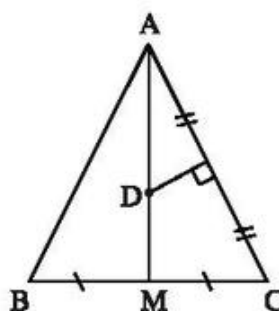
b) Theo chứng minh ở câu a), trung điểm K của BC có tính chất KB = KC = KA. Vậy đường trung tuyến AK bằng nửa cạnh huyền BC.

67. (h. 83) Gọi A, B, C là ba điểm trên đường viên. Kẻ các đường trung trực của AB và của BC, chúng cắt nhau tại O.

Điểm O cách đều ba điểm A, B, C nên là tâm của đường tròn.



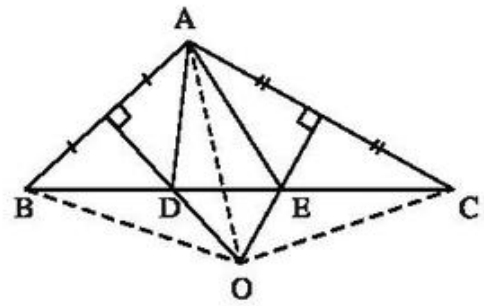
Hình 83



Hình 84

68. (h. 84) ΔABC cân tại A, AM là trung tuyến nên AM cũng là đường trung trực của BC. D là giao điểm của các đường trung trực của BC và của AC nên D cũng thuộc đường trung trực của AB. Vậy DA = DB.

69. (h. 85) a) D thuộc đường trung trực của AB nên $DA = DB$, vậy $\triangle ABD$ cân tại D.
E thuộc đường trung trực của AC nên $EA = EC$, vậy $\triangle ACE$ cân tại E.
b) O là giao điểm các đường trung trực của $\triangle ABC$ nên $OA = OB = OC$. Do đó đường tròn $(O ; OA)$ đi qua A, B, C.



Hình 85

Bài tập bổ sung

- 8.1. Vì O thuộc đường trung trực của cạnh AB nên $OA = OB$. Vì ba đường trung trực của một tam giác đồng quy nên OA là đường trung trực của BC, do đó $OA \perp BC$. Vì tam giác ABC cân tại A nên đường trung trực AO đồng thời là đường phân giác của góc A, do đó $\triangle AOB = \triangle AOC$, suy ra $\widehat{AOB} = \widehat{AOC}$. Do tam giác ABC cân tại A nhưng không là tam giác đều nên O không là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC. Vậy O không cách đều ba cạnh của tam giác ABC.

Đáp số : (C).

- 8.2. Xem bài tập 66.

Chọn (D).

- 8.3. (h.bs.25)

Vì E thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB nên $EA = EB$, hay tam giác EAB cân tại đỉnh E. Suy ra $\widehat{B} = \widehat{A}_1$. Tương tự, có $\widehat{C} = \widehat{A}_2$. Ta có

$$\widehat{EAF} = \widehat{A} - (\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = \widehat{A} - (\widehat{B} + \widehat{C}).$$

Mặt khác

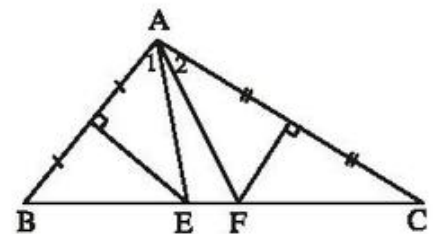
$$\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$$

$$\text{Do đó } \widehat{EAF} = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ.$$

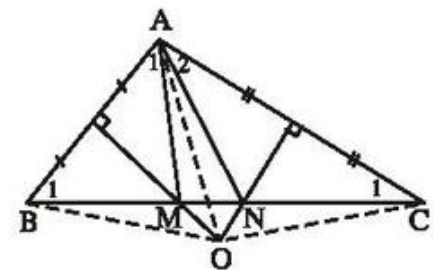
- 8.4. (h.bs.26)

Theo bài 8.3 ta đã có $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1, \widehat{A}_2 = \widehat{C}_1$. (1)

Ta có O là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC nên $OA = OB = OC$,



Hình bs.25



Hình bs.26

hay các tam giác OAB , OAC và OBC cân tại O . Suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$, $\widehat{OAC} = \widehat{OCA}$, $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$. Kết hợp với (1), ta có $\widehat{OBM} = \widehat{OAM}$, $\widehat{OCN} = \widehat{OAN}$, hay $\widehat{OAM} = \widehat{OBC} = \widehat{OCB} = \widehat{OAN}$. Vậy AO là tia phân giác của góc MAN .

§9. Tính chất ba đường cao của tam giác

70. (h. 86) Trong $\triangle ABC$ vuông tại B : $AB \perp BC$ nên AB là đường cao, $CB \perp AB$ nên CB là đường cao.

B là giao điểm của các đường cao kẻ từ A và từ C nên là trực tâm của tam giác ABC .

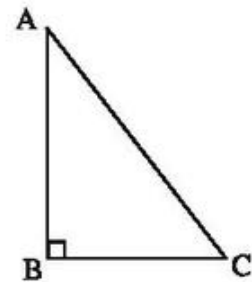
71. (h. 87) a) Xét $\triangle ABC$, các đường cao AD , BE cắt nhau tại I nên I là trực tâm của tam giác. Vậy $CI \perp AB$.

b) Tam giác BEC vuông tại E , ta có :

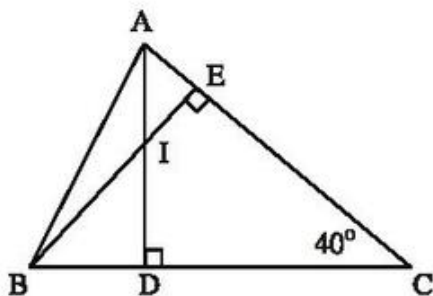
$$\widehat{EBC} = 90^\circ - \widehat{C} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ.$$

Tam giác BID vuông tại D , ta có : $\widehat{BID} = 90^\circ - \widehat{IBD} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

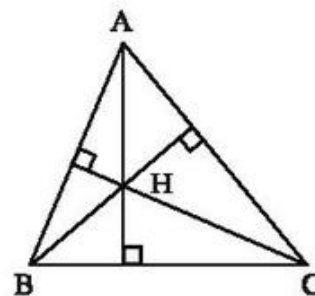
$$\widehat{DIE} = 180^\circ - \widehat{BID} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ.$$



Hình 86



Hình 87



Hình 88

72. (h. 88) Trực tâm của $\triangle HAB$ là điểm C .

Trực tâm của $\triangle HAC$ là điểm B .

Trực tâm của $\triangle HBC$ là điểm A .

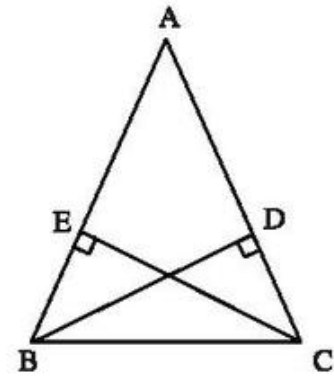
73. (h. 89) $\triangle BEC$ và $\triangle CDB$ có $\hat{E} = \hat{D} = 90^\circ$

cạnh huyền BC chung,

cạnh góc vuông $BD = CE$.

Do đó $\triangle BEC = \triangle CDB$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông). Suy ra $\widehat{EBC} = \widehat{DCB}$.

Tam giác ABC có hai góc bằng nhau nên là tam giác cân.

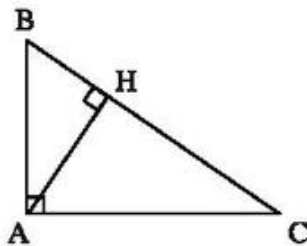


Hình 89

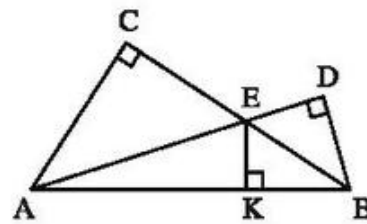
74. (h. 90) Trực tâm của $\triangle ABC$ là A.

Trực tâm của $\triangle AHB$ là H.

Trực tâm của $\triangle AHC$ là H.



Hình 90



Hình 91

75. (h. 91) Các đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm vì chúng là các đường cao của $\triangle EAB$: $EK \perp AB$, $AC \perp BE$, $BD \perp AE$.

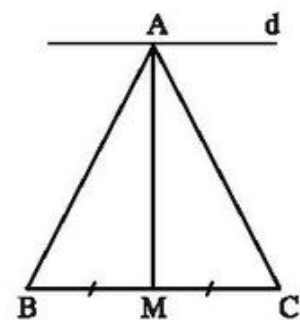
76. (h. 92) $\triangle ABC$ cân tại A, AM là đường trung tuyến nên AM là đường cao, do đó

$$AM \perp BC. \quad (1)$$

Ta lại có

$$d \perp AM. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $d \parallel BC$.

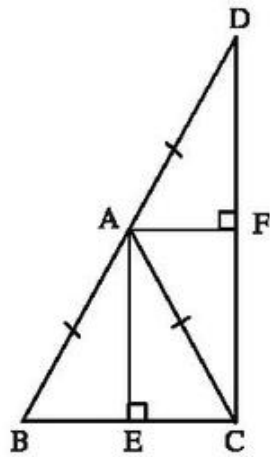


Hình 92

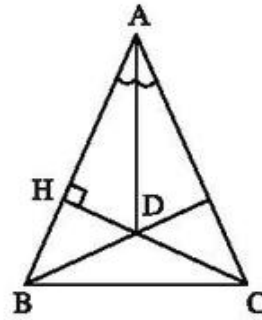
77. (h. 93) a) $\triangle ABC$ cân tại A, AE là đường cao nên AE là đường phân giác.

$\triangle ACD$ cân tại A, AF là đường cao nên AF là đường phân giác.

AE và AF là các tia phân giác của hai góc kề bù \widehat{BAC} , \widehat{CAD} nên $AE \perp AF$.



Hình 93



Hình 94

78. (h. 94) Trong tam giác cân, đường phân giác của góc ở đỉnh cũng là đường cao, do đó $AD \perp BC$.

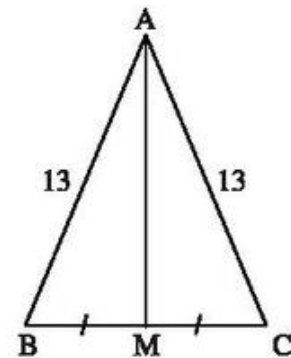
Xét $\triangle ABC$, ta có $AD \perp BC$, $CH \perp AB$, AD và CH cắt nhau ở D nên D là trực tâm của tam giác. Vậy $BD \perp AC$.

79. (h. 95) $\triangle ABC$ cân tại A nên đường trung tuyến AM cũng là đường cao.

Xét $\triangle AMC$ vuông tại M :

$$\begin{aligned} AM^2 &= AC^2 - MC^2 = 13^2 - 5^2 \\ &= 169 - 25 = 144 = 12^2. \end{aligned}$$

Vậy $AM = 12\text{cm}$.



Hình 95

80. (h. 96) $\triangle ABC$ có $AC > AB$ nên $\widehat{B} > \widehat{C}$.

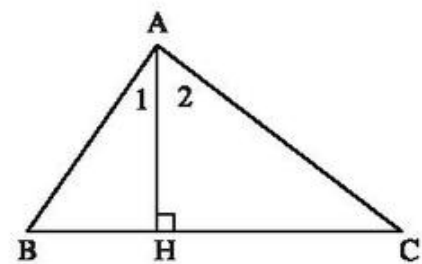
Ta lại có $\widehat{B} + \widehat{A}_1 = 90^\circ$, $\widehat{C} + \widehat{A}_2 = 90^\circ$ nên $\widehat{B} + \widehat{A}_1 = \widehat{C} + \widehat{A}_2$.

Do $\widehat{B} > \widehat{C}$ nên $\widehat{A}_1 < \widehat{A}_2$.

Chú ý: Sẽ sai lầm nếu giải như sau:

Đường xiên $AC > AB$ nên hình chiếu $HC > HB$.

Do $HC > HB$ nên $\widehat{A}_2 > \widehat{A}_1$ (đối diện với cạnh lớn là góc lớn) (!)



Hình 96

Từ $HC > HB$ không suy ra được $\widehat{A}_2 > \widehat{A}_1$ vì $HC, HB, \widehat{A}_2, \widehat{A}_1$ là các cạnh và các góc trong hai tam giác. Trong hai tam giác bất kì, không thể khẳng định đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

81. (h. 97) a) $\triangle ABC$ và $\triangle CEA$ có :

AC : cạnh chung,

$$\widehat{CAB} = \widehat{ACE}$$

(so le trong, $AB \parallel DE$),

$$\widehat{ACB} = \widehat{CAE}$$

(so le trong, $BC \parallel EF$).

Do đó $\triangle ABC = \triangle CEA$ (g.c.g),

suy ra $BC = AE$.

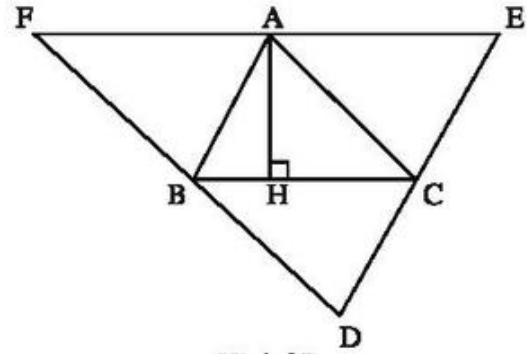
Chứng minh tương tự, $BC = AF$. Do đó A là trung điểm của EF .

b) Gọi AH là đường cao của $\triangle ABC$. Ta có $AH \perp BC$, $EF \parallel BC$ nên $AH \perp EF$. Ta lại có A là trung điểm của EF nên AH là đường trung trực của EF . Như vậy đường cao AH của $\triangle ABC$ là đường trung trực của EF .

Chứng minh tương tự, đường cao BI của $\triangle ABC$ là đường trung trực của DF , đường cao CK của $\triangle ABC$ là đường trung trực của DE .

Vậy các đường cao của $\triangle ABC$ là các đường trung trực của $\triangle DEF$.

Chú ý : Ta đã có định lí : Các đường trung trực của $\triangle DEF$ gặp nhau tại một điểm. Do đó các đường cao của $\triangle ABC$ cũng gặp nhau tại một điểm.



Hình 97

Bài tập bổ sung

9.1. Trục tâm của tam giác nằm trong tam giác chỉ với tam giác nhọn, nằm ngoài tam giác chỉ với tam giác tù, trùng với một đỉnh của tam giác chỉ với tam giác vuông. Chọn (D).

9.2. Chọn (D).

9.3. (h.bs.27)

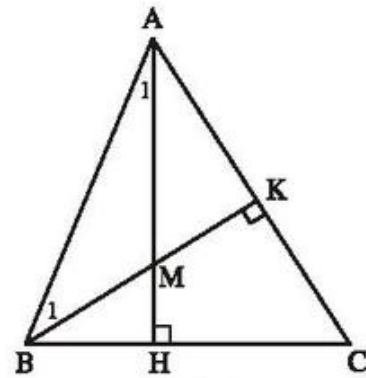
Để tính góc AMB , ta cần tính $\widehat{A}_1, \widehat{B}_1$.

Trong tam giác vuông AHB có

$$\widehat{A}_1 = 90^\circ - \widehat{ABH} = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ.$$

Trong tam giác vuông AKB có

$$\widehat{B}_1 = 90^\circ - \widehat{BAK} = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ.$$



Hình bs.27

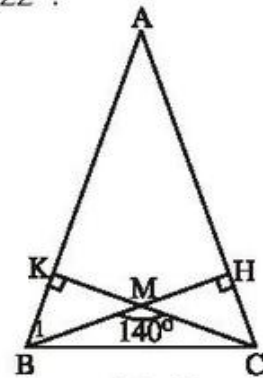
Vậy trong tam giác AMB có

$$\widehat{AMB} = 180^\circ - (\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1) = 180^\circ - (23^\circ + 35^\circ) = 122^\circ.$$

- 9.4. (h.bs.28) Xét tam giác vuông BKM. Do $\widehat{BMC} = 140^\circ$ nên $\widehat{B}_1 = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$. Trong tam giác vuông AHB có

$$\widehat{A} = 90^\circ - \widehat{B}_1 = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ.$$

Tam giác ABC cân tại A, có $\widehat{A} = 40^\circ$ nên $\widehat{B} = \widehat{C} = (180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$.



Hình bs.28

- 9.5. (h.bs.29) Giả sử hai tia phân giác của các góc ngoài tại đỉnh B và C của tam giác ABC cắt nhau tại O. Ta sẽ chứng minh AO là tia phân giác của góc A.

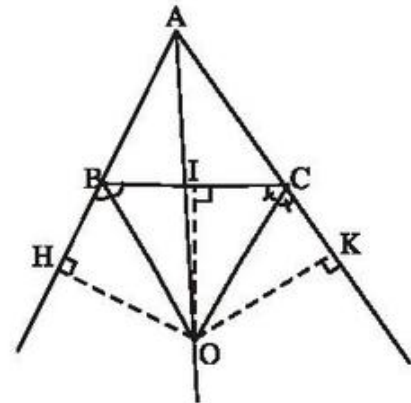
Kẻ các đường vuông góc OH, OI, OK từ O lần lượt đến các đường thẳng AB, BC, AC.

Vì BO là tia phân giác của góc HBC nên $OH = OI$. (1)

Vì CO là tia phân giác của góc KCB nên $OI = OK$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OI = OH = OK$. (3)

Từ (3) suy ra AO là tia phân giác của góc BAC và ta có điều phải chứng minh.

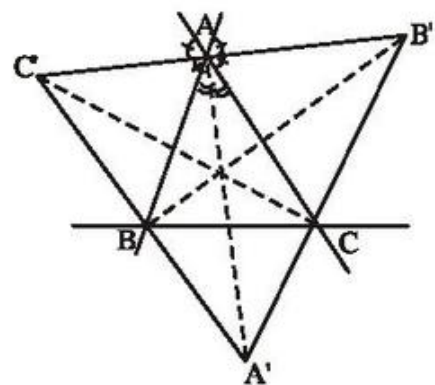


Hình bs.29

- 9.6. (h.bs.30)

Ta có $AA' \perp AB'$ vì chúng là hai tia phân giác của hai góc kề bù. Tương tự $A'A \perp AC'$. Vì qua A chỉ có một đường vuông góc với AA' nên ba điểm B', A, C' thẳng hàng và $A'A \perp B'C'$, hay $A'A$ là một đường cao của tam giác $A'B'C'$. Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được $B'B$ và $C'C$ là hai đường cao của tam giác $A'B'C'$.

Mặt khác theo cách chứng minh của bài 9.5 ta có AA', BB', CC' là ba tia phân giác của các góc A, B, C của tam giác ABC. Từ đó suy ra giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC là trực tâm của tam giác $A'B'C'$.



Hình bs.30

Bài tập ôn chương III

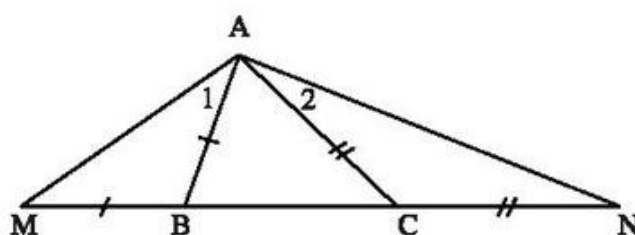
82. (h. 98) a) ΔABC có $AB < AC$ nên

$$\widehat{ACB} < \widehat{ABC}. \quad (1)$$

ΔABM có $AB = BM$ nên là tam giác cân.

Suy ra $\widehat{M} = \widehat{A}_1$. Ta lại có $\widehat{M} + \widehat{A}_1 = \widehat{ABC}$ (góc ngoài của ΔABM) nên

$$\widehat{M} = \frac{1}{2} \widehat{ABC}. \quad (2)$$



Hình 98

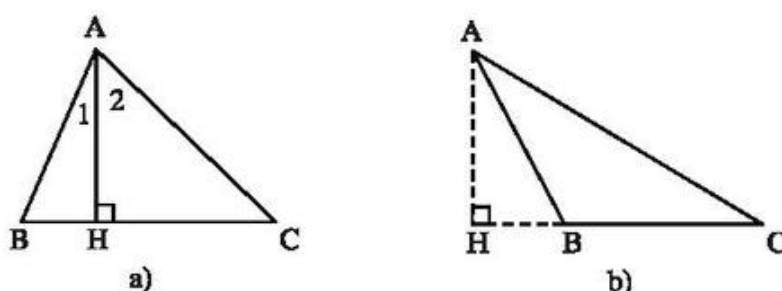
Chứng minh tương tự, $\widehat{N} = \frac{1}{2} \widehat{ACB}. \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) suy ra : $\widehat{N} < \widehat{M}$.

b) ΔAMN có $\widehat{N} < \widehat{M}$ nên $AM < AN$.

83. (h. 99) Xét các đường xiên kẻ từ A đến BC :

Đường xiên $AB < AC$ nên hình chiếu $HB < HC$.



Hình 99

– Nếu \widehat{B} nhọn (h.99a) thì $\widehat{B} + \widehat{A}_1 = \widehat{C} + \widehat{A}_2$ (cùng bằng 90°).

Xét ΔABC : $AB < AC$ nên $\widehat{C} < \widehat{B}$. Do đó $\widehat{A}_2 > \widehat{A}_1$ tức là $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$.

– Nếu \widehat{B} tù (h.99b) thì B nằm giữa H và C nên $\widehat{HAB} < \widehat{HAC}$.

84. Ta biết rằng mỗi cạnh của tam giác phải nhỏ hơn tổng hai cạnh kia.
- Nếu cạnh lớn nhất của tam giác có độ dài 5cm thì hai cạnh kia có độ dài : 2cm, 4cm ; hoặc 3cm, 4cm.
 - Nếu cạnh lớn nhất của tam giác có độ dài 4cm thì hai cạnh kia có độ dài : 2cm, 3cm.
 - Cạnh lớn nhất của tam giác không thể có độ dài 3cm.
- Vậy có ba tam giác với độ dài cạnh là :

5cm, 2cm, 4cm ;

5cm, 3cm, 4cm ;

4cm, 2cm, 3cm.

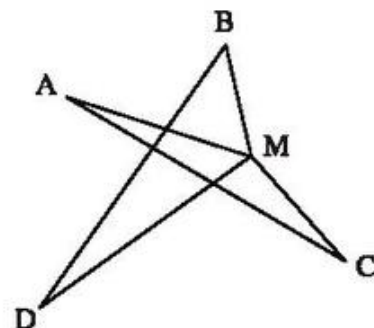
85. (h. 100) Xét M là một điểm tùy ý. Ta luôn có :
- $MA + MC \geq AC$ (xảy ra dấu bằng nếu M thuộc đoạn thẳng AC).

$MB + MD \geq BD$ (xảy ra dấu bằng nếu M thuộc đoạn thẳng BD).

Do đó :

$MA + MB + MC + MD \geq AC + BD$ (xảy ra dấu bằng nếu M là giao điểm của các đoạn thẳng AC và BD).

Như vậy : Tổng $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất bằng $AC + BD$ khi M là giao điểm của AC và BD.



Hình 100

86. (h. 101) a) Theo tính chất của trọng tâm tam giác :

$$AG = 2GM.$$

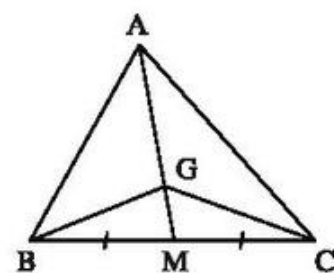
Suy ra $S_{AGC} = 2S_{GMC}$ (vì đáy $AG = 2GM$, chung chiều cao kẻ từ C).

b) $S_{GMB} = S_{GMC}$ (vì đáy $BM = MC$, chung chiều cao kẻ từ G).

c) Ở câu a) ta có : $S_{AGC} = 2S_{GMC}$.

Tương tự ta có : $S_{AGB} = 2S_{GMB}$.

Ta lại có : $S_{GMC} = S_{GMB}$ (câu b)) nên $S_{AGC} = S_{AGB} = S_{BGC}$.



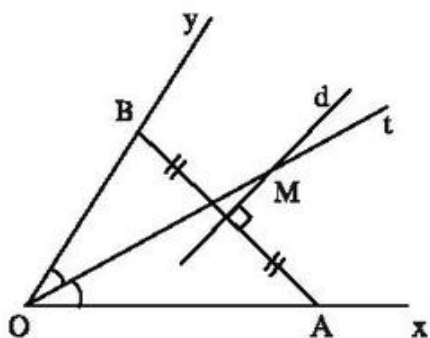
Hình 101

87. (h. 102) a) Điểm nằm trong góc xOy cách đều Ox và Oy nằm trên tia phân giác Ot của góc xOy .

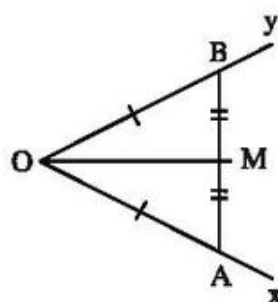
Điểm cách đều A và B nằm trên đường trung trực d của AB .

Điểm M phải tìm là giao điểm của tia Ot và đường thẳng d .

- b) Nếu $OA = OB$ thì tia Ot nằm trên đường thẳng d nên có vô số điểm M thoả mãn các điều kiện trong câu a).



Hình 102



Hình 103

88. (h. 103) – Dùng thước có chia khoảng, lấy điểm A thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy sao cho $OA = OB$.

– Kẻ đoạn thẳng AB .

– Dùng thước có chia khoảng, lấy điểm M là trung điểm của AB .

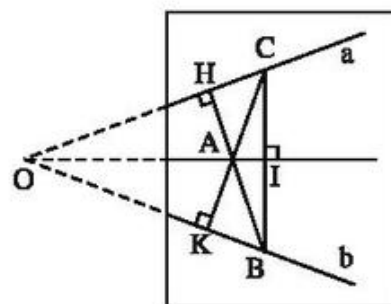
– Kẻ tia OM .

Giải thích : $\triangle AOB$ cân tại O , OM là trung tuyến nên OM là tia phân giác của góc xOy .

89. (h. 104) Kẻ $AH \perp a$, HA cắt đường thẳng b tại B .

Kẻ $AK \perp b$, KA cắt đường thẳng a tại C .

Kẻ $AI \perp BC$. Đường thẳng AI sẽ đi qua điểm O .



Hình 104

Giải thích : Xét $\triangle OBC$, BH và CK là các đường cao, chúng cắt nhau tại A nên A là trực tâm của tam giác. Ta lại có $AI \perp BC$ nên AI nằm trên đường cao đi qua O .

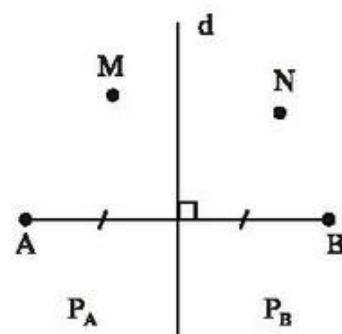
90. (h. 105) a) Giải tương tự như bài 57, ta có $MA < MB$.

b) Giải tương tự như câu a), ta có $NB < NA$.

c) Nếu K nằm trong P_B thì theo câu b) ta có $KB < KA$, trái với đề bài.

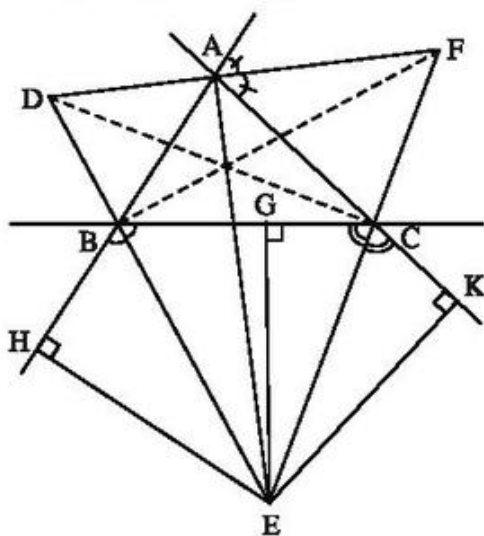
Nếu K nằm trên d thì $KA = KB$, trái với đề bài.

Vậy K nằm trong P_A .



Hình 105

91. (h. 106) a) E thuộc tia phân giác của góc CBH nên $EG = EH$.



Hình 106

E thuộc tia phân giác của góc BCK nên $EG = EK$.

Vậy $EH = EG = EK$.

b) $EH = EK \Rightarrow AE$ là tia phân giác của góc BAC.

c) AE là tia phân giác của góc trong tại A của ΔABC , AF là tia phân giác của góc ngoài tại A của ΔABC nên $AE \perp AF$ (tính chất tia phân giác của hai góc kề bù).

d) Theo câu b), AE là đường phân giác của góc A. Tương tự BF là đường phân giác của góc B, CD là đường phân giác của góc C. Các đường thẳng AE, BF, CD là các đường phân giác của ΔABC .

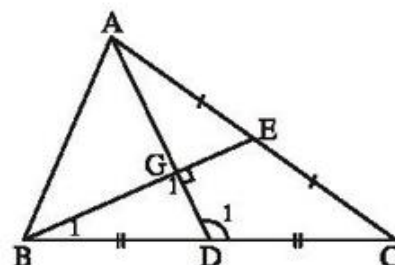
e) Theo câu c), EA là đường cao của ΔDEF . Tương tự FB và DC cũng là đường cao của ΔDEF . Vậy EA, FB, DC là các đường cao của ΔDEF .

III.1. Vì đường cao và đường trung tuyến xuất phát từ cùng một đỉnh lần lượt là đường vuông góc và đường xiên kẻ từ cùng một điểm đến cùng một đường thẳng nên ta có điều phải chứng minh.

III.2. (h.bs.31)

$$BC < 2AC \text{ nếu } \frac{1}{2}BC = CD < AC.$$

Xét tam giác ADC. Có $\widehat{D}_1 = \widehat{G}_1 + \widehat{B}_1$.
 Theo giả thiết $\widehat{G}_1 = 90^\circ$ nên \widehat{D}_1 là góc tù.
 Cạnh AC đối diện với góc D_1 nên là cạnh lớn nhất, vậy $AC > DC$ hay $2AC > 2DC = BC$.



Hình bs.31

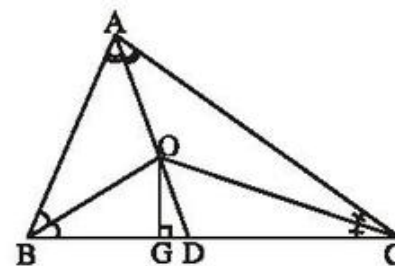
III.3. (h.bs.32)

Để chứng minh $\widehat{BOG} = \widehat{COD}$, ta chứng minh $\widehat{BOD} = \widehat{GOC}$. Xét tam giác OAB, ta có $\widehat{BOD} = \frac{1}{2}(\widehat{A} + \widehat{B}) = \frac{1}{2}(180^\circ - \widehat{C})$. (1)

Xét tam giác vuông OCG, ta có

$$\widehat{GOC} = 90^\circ - \frac{1}{2}\widehat{C} = \frac{1}{2}(180^\circ - \widehat{C}). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BOD} = \widehat{GOC}$. Vậy $\widehat{BOG} = \widehat{COD}$.



Hình bs.32

III.4. (h.bs.33)

Xét tam giác vuông AHB. Ta có

$$\widehat{ABH} = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ ;$$

$$\widehat{A}_1 = 90^\circ - \widehat{ABH} = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ .$$

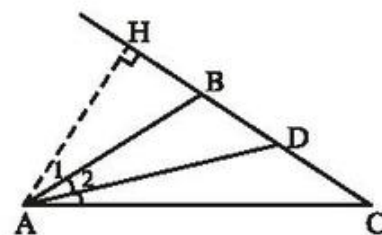
Tam giác ABC cân tại B có $\widehat{B} = 112^\circ$ nên

$$\widehat{BAC} = (180^\circ - 112^\circ) : 2 = 34^\circ .$$

Do đó $\widehat{A}_2 = 34^\circ : 2 = 17^\circ$. Từ đó suy ra

$$\widehat{HAD} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 22^\circ + 17^\circ = 39^\circ ;$$

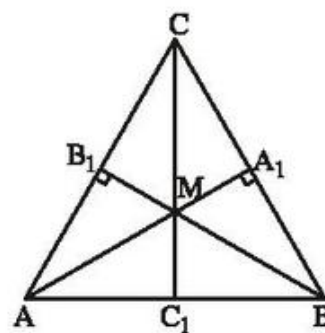
$$\widehat{HDA} = 90^\circ - \widehat{HAD} = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ .$$



Hình bs.33

III.5. (h.bs.34)

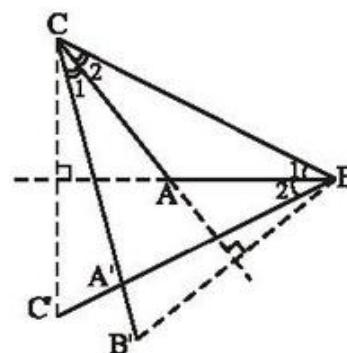
Gọi giao điểm của CM và AB là C_1 . Ta cần chứng minh $CC_1 \perp AB$ và C_1 là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vì trong một tam giác ba đường cao đồng quy nên CM hay CC_1 vuông góc với AB. Hai tam giác vuông CC_1A và CC_1B bằng nhau vì có $\widehat{A} = \widehat{B}$, $CA = CB$ nên $C_1A = C_1B$, hay C_1 là trung điểm của AB. Vậy MC là đường trung trực của đoạn thẳng AB.



Hình bs.34

III.6. (h.bs.35)

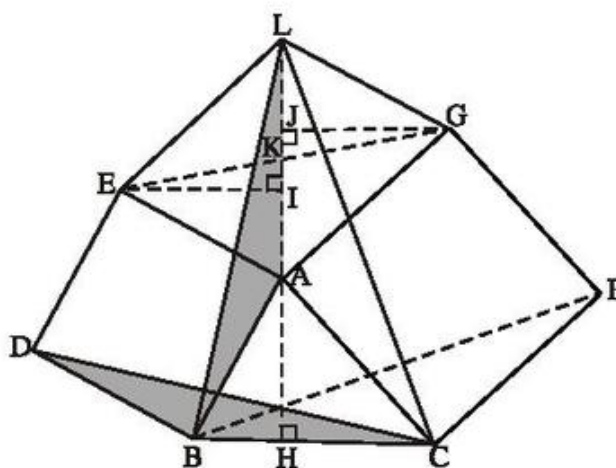
Xét tam giác $A'BC$. Vì AC là đường trung trực của BB' nên có $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$. Vì AB là đường trung trực của CC' nên $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$. Suy ra AB, AC lần lượt là đường phân giác của các góc $A'BC$ và $A'CB$. Vậy ba đường phân giác của tam giác $A'BC$ đồng quy tại A, hay A là điểm nằm trong tam giác $A'BC$ và cách đều ba cạnh của tam giác này.



Hình bs.35

III.7. (h.bs.36)

a) Hai tam giác vuông ABH và EAI bằng nhau vì có $AB = EA$, $\widehat{BAH} = \widehat{AEI}$ (cùng phụ với góc EAI). Tương tự hai tam giác vuông ACH và GAJ bằng nhau. Suy ra $EI = AH = GJ$. Mặt khác, $\widehat{JKE} = \widehat{IKG}$ (đối đỉnh), do đó $\triangle EKI = \triangle GKJ$. Từ đó ta có $EK = GK$, hay K là trung điểm của EG. Vậy AK là trung tuyến của tam giác AEG.



Hình bs.36

b) Theo a) $\triangle EKI = \triangle GKJ$ nên $KI = KJ$. Mặt khác, theo giả thiết K là trung điểm của AL nên $AI = LJ$. Ta có

$$AL = AJ + JL = AJ + AI = HC + HB = BC.$$

c) Hai tam giác ALB và BCD bằng nhau và có $AL = BC$, $AB = BD$ và $\widehat{BAL} = 90^\circ + \widehat{EAL} = 90^\circ + \widehat{ABC} = \widehat{DBC}$.

Suy ra $\widehat{ALB} = \widehat{BCD}$. Mặt khác ta có $\widehat{ALB} + \widehat{LBH} = 90^\circ$ nên $\widehat{BCD} + \widehat{LBH} = 90^\circ$, suy ra $LB \perp CD$, tức CD là một đường cao của tam giác LBC .

d) Lập luận tương tự câu c), ta có BF là một đường cao của tam giác LBC .

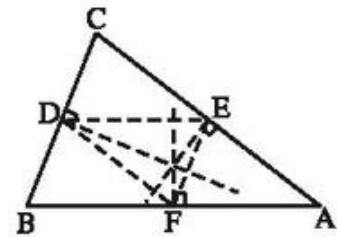
Vậy ba đường thẳng AH , BF , CD là ba đường cao của tam giác LBC nên chúng đồng quy.

III.8. (h.bs.37)

a) Ta có $\triangle BDF = \triangle EFD$ (g.c.g).

Suy ra $BD = EF$. Theo giả thiết, D là trung điểm của BC nên $CD = DB = EF$.

Hai tam giác CDE và EFA bằng nhau vì $CD = EF$, $\widehat{CDE} = \widehat{CBA} = \widehat{EFA}$ và $\widehat{ECD} = \widehat{AEF}$ (các góc đồng vị). Suy ra $CE = EA$.



Hình bs.37

b) Gọi D là trung điểm của BC , E là trung điểm của AC . Theo câu a) đường thẳng qua D , song song với AB phải cắt AC tại trung điểm của AC nên đường thẳng đó phải đi qua E , hay $DE \parallel AB$.

c) Gọi D, E, F theo thứ tự là trung điểm của BC, CA, AB . Đường trung trực của BC phải vuông góc với EF (vì $EF \parallel BC$), hay nó là một đường cao của tam giác DEF . Suy ra ba đường trung trực của tam giác ABC là ba đường cao của tam giác DEF . Do đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (giao điểm của ba đường trung trực của tam giác ABC) là trực tâm của tam giác DEF .

ÔN TẬP CUỐI NĂM

ĐỀ BÀI

Phần đại số

1. Giả sử $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbf{Z}$, $m > 0$) và $x < y$. Hãy chứng tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{2a+1}{2m}$ thì ta có $x < z < y$.

2. Tính : $\left(2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}\right) + 7\frac{1}{2}$.

3. Tìm x biết rằng :

$$\frac{(-0,7)^2 \cdot (-5)^3}{\left(-2\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (-1)^5} \cdot x = \frac{(-40)^2}{3 \cdot 7 \cdot 2^2}$$

4. So sánh :

a) $8\frac{2}{3} : 4\frac{1}{3} - 50$ và -47

b) $\sqrt{37} - \sqrt{14}$ và $6 - \sqrt{15}$.

5. Tam giác ABC có chu vi bằng 24cm và các cạnh a, b, c tỉ lệ với 3, 4, 5.

a) Tính các cạnh của ΔABC ;

b) Tam giác ABC có phải là tam giác vuông không ? Vì sao ?

6. Trong mặt phẳng tọa độ hãy vẽ đường thẳng đi qua hai điểm $O(0 ; 0)$ và $A(1 ; 2)$. Đường thẳng OA là đồ thị của hàm số nào ?

7. Hàm số $y = f(x)$ được cho bởi công thức $y = -1,5x$.

a) Vẽ đồ thị của hàm số trên ;

b) Bằng đồ thị hãy tìm các giá trị $f(-2)$, $f(1)$, $f(2)$ (và kiểm tra lại bằng cách tính).

8. Hãy sưu tầm một biểu đồ hình quạt (trong sách, báo hoặc tại một cuộc triển lãm) rồi nêu ý nghĩa của biểu đồ đó.

- 9*. Hai vòi nước cùng lần lượt chảy vào hai bể. Bể thứ hai có sẵn 50 lít nước. Bể thứ nhất chưa có nước. Mỗi phút vòi thứ nhất chảy vào bể 1 được 20 lít, vòi thứ hai chảy vào bể 2 được 30 lít.

- a) Viết biểu thức đại số mô tả số lít nước trong mỗi bể sau thời gian x phút.
 b) Tính lượng nước có trong mỗi bể sau $x = 1, 2, 3, 10$ phút rồi điền kết quả vào bảng sau :

Phút \ Bể	1	2	3	10	x
Bể 1					
Bể 2					
Cả hai bể					

10. Đánh dấu \checkmark vào ô mà em chọn là nghiệm của đa thức

1) $2x - 5$

2,5	0	-2,5
-----	---	------

2) $2x^2 - 50$

-5	-12,5	5	12,5
----	-------	---	------

3) $13x - 26$

-2	2	13	-13
----	---	----	-----

4) $-x^2 + x + 2$

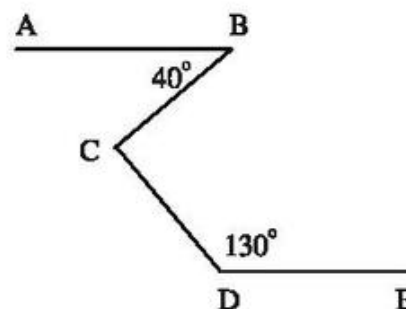
-1	1	-2	2
----	---	----	---

Phần hình học

1. Cho hình 107 trong đó $\widehat{B} = 40^\circ$, $\widehat{D} = 130^\circ$, $AB \parallel DE$. Tính \widehat{BCD} .

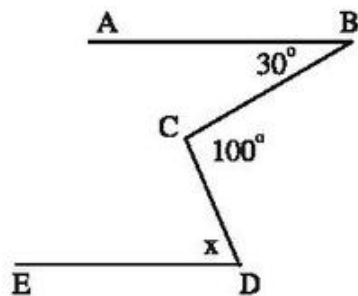
2. Cho góc vuông xOy , điểm A thuộc tia Ox, điểm B thuộc tia Oy. Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của OA, OB. Đường vuông góc với OA tại D và đường vuông góc với OB tại E cắt nhau ở C. Chứng minh rằng :

- a) $CE = OD$; b) $CE \perp CD$;
 c) $CA = CB$; d) $CA \parallel DE$;
 e) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

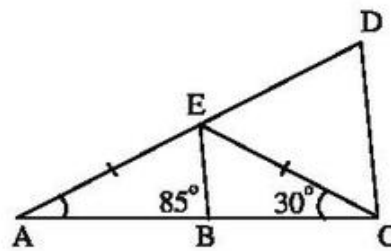


Hình 107

3. Tìm giá trị của x trên hình 108 biết rằng $AB \parallel DE$.



Hình 108

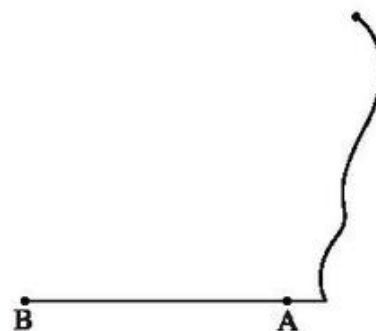


Hình 109

4. So sánh các cạnh của tam giác CDE trên hình 109 biết rằng $BE \parallel CD$.
5. Cho tam giác ABC vuông tại A, phân giác BD.
- a) So sánh các độ dài AB và AD ; b) So sánh các độ dài BC và BD.
6. Cho tam giác ABC vuông tại A, phân giác BD. Kẻ $DE \perp BC$ ($E \in BC$). Gọi F là giao điểm của BA và ED. Chứng minh rằng :
- a) BD là đường trung trực của AE ;
- b) $DF = DC$;
- c) $AD < DC$.

7. a) Chứng minh rằng : Nếu tam giác ABC có đường trung tuyến AM bằng nửa cạnh BC thì tam giác đó vuông tại A.
- b) *Ứng dụng* : Một tờ giấy bị rách ở mép (h.110). Hãy dùng thước và compa vẽ đường vuông góc với AB tại A.

Hướng dẫn : Vẽ điểm C sao cho $CA = CB$, rồi vẽ điểm E thuộc tia đối của tia CB sao cho $CE = CB$.



Hình 110

- 8*. Cho tam giác nhọn ABC, đường cao AH. Vẽ điểm D sao cho AB là đường trung trực của HD. Vẽ điểm E sao cho AC là đường trung trực của HE. Gọi M, N theo thứ tự là giao điểm của DE với AB, AC. Xét xem các đường thẳng sau là các đường gì trong tam giác HMN : MB, NC, HA, HC, MC, từ đó hãy chứng minh rằng MC vuông góc với AB.
- 9*. Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, $HC - HB = AB$. Chứng minh rằng $BC = 2AB$.

LỜI GIẢI, CHỈ DẪN, ĐÁP SỐ

Phần đại số

1. Vì $x < y$ nên $a < b$. Ta có $x = \frac{a}{m} = \frac{2a}{2m}$, $y = \frac{b}{m} = \frac{2b}{2m}$.

Chọn số $z = \frac{2a+1}{2m}$. Do $2a < 2a + 1$ nên $x < z$. (1)

Do $a < b$ nên $a + 1 \leq b$ suy ra $2a + 2 \leq 2b$.

Ta có $2a + 1 < 2a + 2 \leq 2b$ nên $2a + 1 < 2b$, do đó $z < y$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $x < z < y$.

Nhận xét trên cho thấy : trên trục số, giữa hai điểm hữu tỉ bất kì, tồn tại một điểm hữu tỉ, do đó tồn tại vô số điểm hữu tỉ.

2. Đặt $A = 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}$, $B = -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7}$. Ta có :

$$A = 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2} = (2+3) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = 5 + \frac{5}{6} = \frac{35}{6} ;$$

$$B = -4\frac{1}{6} + 3\frac{1}{7} = -\left(4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{7}\right) = -1\frac{1}{42} = -\frac{43}{42}.$$

Vậy ta có : $A : B + 7\frac{1}{2} = \frac{35}{6} : \left(-\frac{43}{42}\right) + \frac{15}{2} = \frac{-245}{43} + \frac{15}{2} = 1\frac{69}{86}$.

3. Ta có :

$$\frac{(-0,7)^2 \cdot (-5)^3}{\left(-2\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (-1)^5} = \frac{\left(\frac{-7}{10}\right)^2 \cdot (-5)^3}{\left(\frac{-7}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot (-1)^5}$$
$$= \frac{\frac{7^2}{10^2} \cdot (-5)^3}{-\frac{7^3}{3^3} \cdot \frac{3^4}{2^4} \cdot (-1)} = -5^3 \cdot \frac{7^2}{2^2 \cdot 5^2} \cdot \frac{3^3}{7^3} \cdot \frac{2^4}{3^4} = -\frac{5 \cdot 2^2}{7 \cdot 3} = -\frac{20}{21} ;$$

$$\frac{(-40)^2}{3 \cdot 7 \cdot 2^2} = \frac{1600}{84} = \frac{400}{21}.$$

Do đó ta được : $-\frac{20}{21} \cdot x = \frac{400}{21} \Rightarrow x = \frac{400}{21} : \left(-\frac{20}{21}\right) = -20.$

4. a) $8\frac{2}{3} : 4\frac{1}{3} - 50 = 2 - 50 = -48 < -47.$

b) $\sqrt{37} > \sqrt{36} = 6 \Rightarrow \sqrt{37} > 6$ (1)

$-\sqrt{14} > -\sqrt{15}.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $\sqrt{37} - \sqrt{14} > 6 - \sqrt{15}.$

5. a) Vì a, b, c tỉ lệ với 3, 4, 5 và $a + b + c = 24$ (cm), nên :

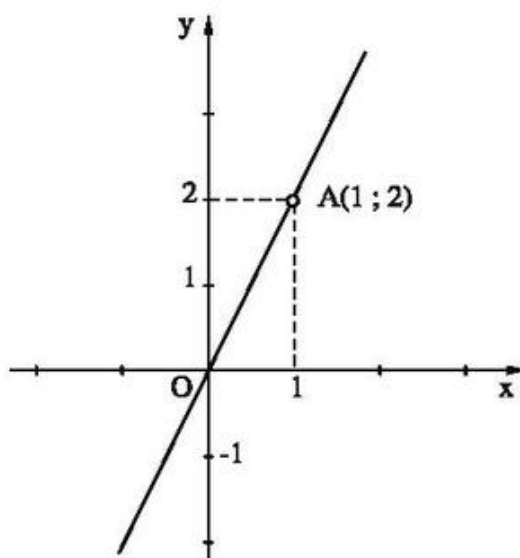
$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{3+4+5} = \frac{24}{12} = 2.$$

Vậy $a = 6$, $b = 8$, $c = 10$ (tính theo cm).

b) ΔABC là tam giác vuông vì $a^2 + b^2 = 36 + 64 = 100 = c^2.$

6. Trước hết hãy xác định các điểm O và A. O chính là gốc tọa độ. A là điểm có hoành độ là 1 và tung độ là 2. Xem hình 111.

Đường thẳng OA là đồ thị của hàm số $y = 2x.$



Hình 111

7. a) HS tự vẽ.
 b) ĐS : $f(-2) = 3, \quad f(1) = -1,5, \quad f(2) = -3.$
8. HS tự tìm.
- 9*. a) Bể 1 : $20x$; Bể 2 : $30x + 50$;
 b)

Phút \ Bể	1	2	3	10	x
Bể 1	20	40	60	200	$20x$
Bể 2	80	110	140	350	$30x + 50$
Cả hai bể	100	150	200	550	$50x + 50$

10. HS tự giải.

Phần hình học

1. (h. 112) Kẻ $CK \parallel AB$. Do $CK \parallel AB$,
 $DE \parallel AB$ nên $CK \parallel DE$.

$$AB \parallel CK \Rightarrow \widehat{BCK} = \widehat{B} = 40^\circ \text{ (so le trong)}$$

$$CK \parallel DE \Rightarrow \widehat{DCK} \text{ bù } \widehat{CDE} \text{ (góc trong cùng phía)}$$

$$\Rightarrow \widehat{DCK} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ.$$

Do đó :

$$\widehat{BCD} = \widehat{BCK} + \widehat{DCK} = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ.$$

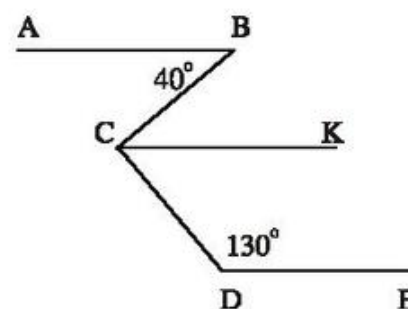
2. (h. 113) a) $CE \parallel OD$ (cùng vuông góc với OB) $\Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{O}_1$ (so le trong)

$$\Delta OCE = \Delta COD \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)} \Rightarrow CE = OD.$$

$$\text{b) } CD \parallel OE \text{ (cùng vuông góc với } OA) \Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{ECD} \text{ (so le trong).}$$

$$\text{Ta lại có } \widehat{BEC} = 90^\circ \text{ nên } \widehat{ECD} = 90^\circ.$$

Vậy $CE \perp CD$.

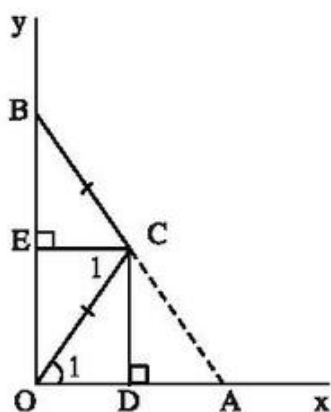


Hình 112

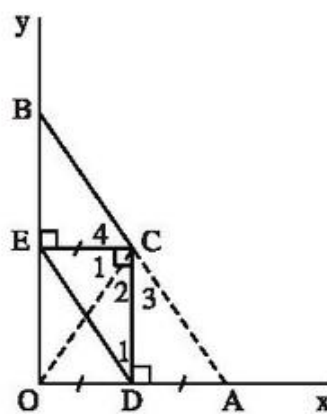
c) CD là đường trung trực của $OA \Rightarrow CO = CA$.

CE là đường trung trực của $OB \Rightarrow CO = CB$.

Do đó $CA = CB$.



Hình 113



Hình 114

d) (h. 114) Ta có $CE = OD$ (câu a))

mà $OD = DA$ nên $CE = DA$.

Ta lại có $\widehat{ECD} = 90^\circ$ (câu b)).

Do đó $\triangle ECD = \triangle ADC$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{C}_3 \Rightarrow CA \parallel DE$ (hai góc so le trong bằng nhau).

e) *Cách 1.* Theo câu d) : $CA \parallel DE$. Chứng minh tương tự : $CB \parallel DE$.

Qua C ta có CA và CB cùng song song với DE nên theo tiên đề Ô-clit : A, C, B thẳng hàng.

Cách 2. $CO = CA \Rightarrow \triangle OCA$ cân \Rightarrow đường cao CD là đường phân giác của góc OCA $\Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{C}_3 \Rightarrow \widehat{OCA} = 2\widehat{C}_2$.

Chứng minh tương tự : $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_4 \Rightarrow \widehat{OCB} = 2\widehat{C}_1$.

Do đó :

$$\widehat{OCA} + \widehat{OCB} = 2\widehat{C}_2 + 2\widehat{C}_1 = 2(\widehat{C}_2 + \widehat{C}_1) = 2\widehat{ECD} = 2.90^\circ = 180^\circ.$$

Vậy A, C, B thẳng hàng.

3. (h. 115) Kẻ $CK \parallel AB$. Do $CK \parallel AB$, $DE \parallel AB$ nên $CK \parallel DE$.

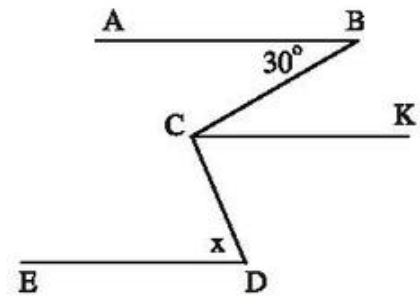
Ta có $AB \parallel CK \Rightarrow \widehat{BCK} = \widehat{B} = 30^\circ$
(so le trong).

Suy ra

$$\widehat{DCK} = \widehat{BCD} - \widehat{BCK} = 100^\circ - 30^\circ = 70^\circ.$$

$CK \parallel DE \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{DCK} = 70^\circ$ (so le trong).

Vậy $x = 70^\circ$.



Hình 115

4. (h. 116) Trước hết ta tính các góc của $\triangle ECD$.

$\triangle AEC$ cân tại E $\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{C}_1 = 30^\circ$.

\widehat{CED} là góc ngoài của $\triangle AEC$

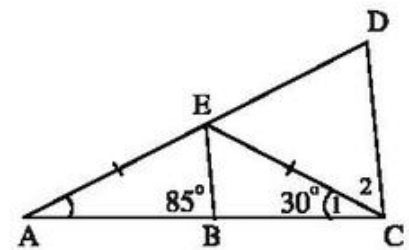
$$\Rightarrow \widehat{CED} = \widehat{A} + \widehat{C}_1 = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ.$$

$BE \parallel CD \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{ABE} = 85^\circ$ (đồng vị)

$$\Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{ACD} - \widehat{C}_1 = 85^\circ - 30^\circ = 55^\circ.$$

Xét $\triangle ECD$: $\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{CED} - \widehat{C}_2 = 180^\circ - 60^\circ - 55^\circ = 65^\circ$.

Trong $\triangle ECD$: $\widehat{C}_2 < \widehat{CED} < \widehat{D} \Rightarrow ED < CD < EC$.



Hình 116

5. (h. 117) a) $\widehat{D}_1 > \widehat{B}_2$ (góc ngoài của $\triangle BDC$)

mà $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ nên $\widehat{D}_1 > \widehat{B}_1$.

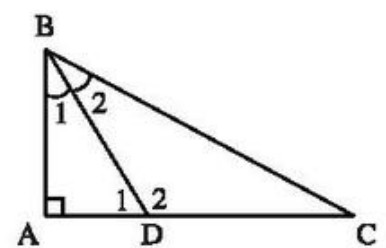
$\triangle ABD$ có $\widehat{D}_1 > \widehat{B}_1$ nên $AB > AD$.

b) Cách 1. $\widehat{D}_2 > \widehat{A}$ (góc ngoài của $\triangle ABD$)

mà $\widehat{A} = 90^\circ$ nên $\widehat{D}_2 > 90^\circ$.

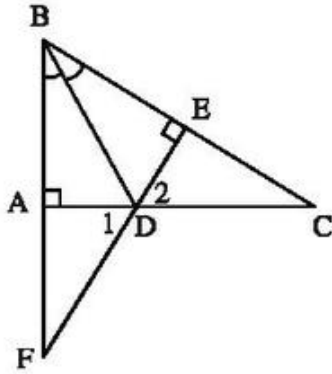
$\triangle BDC$ có $\widehat{D}_2 > 90^\circ$ nên $\widehat{D}_2 > \widehat{C}$, do đó $BC > BD$.

Cách 2. Xét các đường xiên BD, BC. Hình chiếu $AC > AD$ nên đường xiên $BC > BD$.

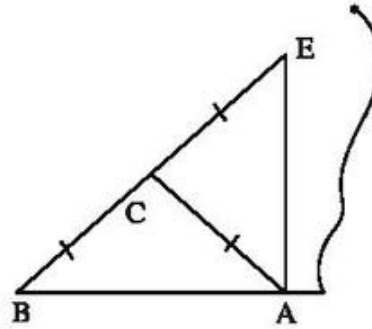


Hình 117

6. (h. 118) a) $\triangle ABD = \triangle EBD$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow BA = BE, DA = DE$.
Do đó BD là đường trung trực của AE.
- b) $\triangle DAF = \triangle DEC$ (g.c.g) $\Rightarrow DF = DC$.
- c) Xét $\triangle DEC$ vuông tại E :
 $DE < DC$ (cạnh góc vuông nhỏ hơn cạnh huyền).
Ta lại có $DA = DE$ (câu a)) nên $DA < DC$.



Hình 118

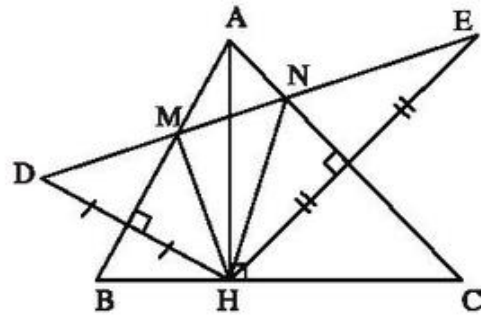


Hình 119

7. a) Xem chứng minh ở bài 39.
- b) (h. 119) $\triangle ABE$ có đường trung tuyến AC bằng $\frac{1}{2}BE$ nên $\widehat{BAE} = 90^\circ$.

Vậy $AE \perp AB$.

8. (h. 120) M thuộc đường trung trực của HD nên $MH = MD$. MB là đường trung trực của đáy HD của tam giác cân HMD nên MB là tia phân giác của góc HMD. Tương tự NC là tia phân giác của góc HNE. Vậy MB, NC là các đường phân giác góc ngoài của $\triangle HMN$.



Hình 120

Các đường thẳng MB, NC cắt nhau tại

A nên HA là đường phân giác góc trong của $\triangle HMN$.

HC vuông góc với HA tại H nên HC là đường phân giác góc ngoài của $\triangle HMN$.

Các đường thẳng HC và NC cắt nhau tại C nên MC là đường phân giác góc trong của $\triangle HMN$.

MB và MC là các tia phân giác của hai góc kề bù nên $MB \perp MC$.
 Vậy $MC \perp AB$.

9. (h. 121) Trên HC lấy D sao cho $HD = HB$.
 Tam giác ABD có đường cao là đường trung
 tuyến nên là tam giác cân, suy ra

$$\widehat{ADB} = \widehat{B}. \quad (1)$$

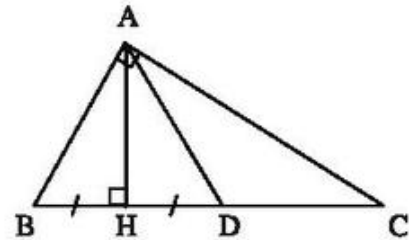
Ta có : $DC = HC - HD =$
 $= HC - HB = AB = AD$

nên $\triangle ADC$ cân, do đó $\widehat{DAC} = \widehat{C}$, suy ra

$$\widehat{DAB} = \widehat{B}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADB} = \widehat{B} = \widehat{DAB}$, do đó $\triangle ABD$ là tam giác đều.

Suy ra $AB = BD = AD = DC$. Vậy $BC = 2AB$.



Hình 121

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>	
	Đề bài	Lời giải, chỉ dẫn, đáp số
<i>Lời nói đầu</i>	3	
PHẦN ĐẠI SỐ		
<i>Chương III. THỐNG KÊ</i>		
§1. Thu thập số liệu thống kê, tần số	5	14
§2. Bảng "Tần số" các giá trị của dấu hiệu	6	14
§3. Biểu đồ	8	15
§4. Số trung bình cộng	10	16
<i>Bài tập ôn chương III</i>	12	17
<i>Chương IV. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ</i>		
§1. Khái niệm về biểu thức đại số	18	29
§2. Giá trị của một biểu thức đại số	19	29
§3. Đơn thức	21	30
§4. Đơn thức đồng dạng	21	31
§5. Đa thức	22	31
§6. Cộng, trừ đa thức	23	32
§7. Đa thức một biến	24	33
§8. Cộng, trừ đa thức một biến	25	33
§9. Nghiệm của đa thức một biến	26	34
<i>Bài tập ôn chương IV</i>	27	35

PHẦN HÌNH HỌC

Chương III. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY TRONG TAM GIÁC

§1. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác	36	56
§2. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu	38	59
§3. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác	40	64
§4. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác	42	68
§5. Tính chất tia phân giác của một góc	44	74
§6. Tính chất ba đường phân giác của tam giác	46	77
§7. Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng	47	81
§8. Tính chất ba đường trung trực của tam giác	49	85
§9. Tính chất ba đường cao của tam giác	50	88
<i>Bài tập ôn chương III</i>	52	93
ÔN TẬP CUỐI NĂM	100	103

Chịu trách nhiệm xuất bản : Chủ tịch Hội đồng Thành viên **NGUYỄN ĐỨC THÁI**
Tổng Giám đốc **HOÀNG LÊ BÁCH**

Chịu trách nhiệm nội dung : Tổng biên tập **PHAN XUÂN THÀNH**

Biên tập lần đầu : **NGUYỄN TRỌNG BÁ – TRẦN HỮU NAM**

Biên tập tái bản : **HOÀNG VIỆT**

Biên tập kỹ thuật : **ĐÌNH XUÂN DUNG**

Trình bày bìa : **BÙI QUANG TUẤN**

Sửa bản in : **HOÀNG VIỆT – NGUYỄN THỊ THANH XUÂN**

Chế bản : **CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI**

BÀI TẬP TOÁN 7 – TẬP HAI

Mã số : 2B704T0

In cuốn (QĐ in số), khổ 17 × 24 cm.

Đơn vị in.....địa chỉ.....

Cơ sở in.....địa chỉ.....

Số ĐKXB : 01-2020/CXBIPH/147-869/GD

Số QĐXB :/QĐ-GD ngày.....tháng.....năm.....

In xong và nộp lưu chiểu tháng năm

Mã số ISBN : Tập một : 978-604-0-18425-2

Tập hai : 978-604-0-18426-9